

Akademie věd České republiky
Ústav teorie informace a automatizace

Academy of Sciences of the Czech Republic
Institute of Information Theory and Automation

VÝZKUMNÁ ZPRÁVA

JIŘÍ GRIM
ÚSTAV TEORIE INFORMACE A AUTOMATIZACE AV ČR
**VYHODNOCOVÁNÍ
GRANTOVÉ SOUTĚŽE POMOCÍ
OTEVŘENÉ EXPERTNÍ DATABÁZE**

No. 2371

Únor 2018

ÚTIA AV ČR, P.O. Box 18, 182 08 Prague, Czech Republic
E-mail: grim@utia.cas.cz
<http://www.utia.cas.cz/publications>

Vyhodnocování grantové soutěže pomocí otevřené expertní databáze

Jiří Grim

Ústav teorie informace a automatizace AV ČR

1. Úvod

V dobách, kdy základní výzkum spočíval víceméně na bedrech mnichů v klášterních celách, nebyl problém financování vědy aktuální. Stravu a ubytování měli mniší zajistěné, potřeby skromné a vnější motivaci nepotřebovali. V dnešním státním rozpočtu dosahují výdaje na vědu rádu procent a způsob jejich rozdělování je pro tisíce vědeckých pracovníků velmi důležitý. Hlavní problém spočívá především v optimální podpoře výzkumných projektů a několik dobře fungujících grantových agentur by mohlo vyřešit velkou část problematiky financování vědy a výzkumu. Často diskutované hodnocení kvality publikací a vědeckých týmů (Vesmír 7-8/2017, str. 450, Vesmír 10/2017, str. 541) představuje vlastně jen pomocné kriterium v grantové soutěži a s kvalitou projektů a jejich řešením přímo ne-souvisí.

Závažné rozhodování s širokým společenským dopadem je nejčastěji založeno na rovném většinovém hlasování, v němž má každý hlasující jeden hlas a rozhoduje názor většiny. Rovné většinové hlasování je velmi spolehlivé, ale pouze při velkém počtu zcela nezávislých hlasujících. Na modelových experimentech [2] je dobře vidět, že při obtížném rozhodování typu ano/ne se vysoká spolehlivost výsledku rovného hlasování realizuje mírnou převahou spolehlivých odpovědí, protože odpovědi méně spolehlivých hlasujících se rovnoměrně rozdělí do obou alternativ. Je zřejmé, že výsledek takového hlasování se snadno dá ovlivnit mediálně nebo vytvářením koalic, jak je dobré známo nejen z politického dění. Navíc se rovné většinové hlasování pro posuzování výzkumných projektů příliš nehodí.

Grantové návrhy jsou odborně náročné, mají předepsanou strukturu a jsou hodnoceny předem stanoveným způsobem podle různých kritérií. Bohužel, dnešní systém přidělování grantů má přes všechnu snahu daleko k dokonalosti (srv. Vesmír 11/2018, str. 662, Vesmír 2/2018, str. 114). Každý grant je posuzován několika recenzenty a pokud splňuje základní předpoklady, postupuje s několika komplexními posudky do závěrečného hodnocení. Kvalitní publikace a citační indexy řešitelů jsou přitom samozřejmě důležitým předpokladem úspěšnosti konkrétního navrhovaného projektu. Rozhodující konečné pořadí je zpravidla předmětem složitého vyjednávání. V závěrečné fázi je počet posuzovatelů obvykle poměrně malý a jejich výběr, odborné kvality, osobní vztahy a střety zájmů mohou významně ovlivnit výsledné hodnocení i při účasti zahraničních odborníků. Problematicka skupinového multikriteriálního rozhodování jako nejslabšího bodu rozhodovacího procesu je dlouhodobě předmětem manažerského výzkumu (viz např. [1, 3, 4, 5, 6]).

2. Princip portfoliového hlasování

Při vyhodnocování grantové soutěže by v závěrečné fázi hodnocení bylo možné využít osvědčený portfoliový investiční model akciové burzy, která je otevřená všem investorům. Místo složitého skupinového vyjednávání by hodnocené projekty s přiloženými recenzními posudky byly předloženy většímu počtu hodnotitelů/expertů. Každý expert by svůj názor na kvalitu a závažnost projektu resp. na úspěšnost navrhovaného řešení mohl vyjádřit velmi diferencovaně, např. pomocí váhy z intervalu 0 až 100. Po vydělení součtem vah by tak definoval své hlasovací portfolio, ve kterém relativní váhy/preference (v součtu rovné jedné) vyjadřují celkové hodnocení projektů. V průběhu hlasování by projekty dostaly od každého experta příspěvek daný součinem jeho hlasovací váhy a příslušné preferenční váhy v jeho portfoliu. Výsledné váhy hodnocených projektů by se tak rovnaly váženému součtu příspěvků z hlasovacích portfolií. Na rozdíl od akciové burzy by při hodnocení projektů každý expert rozděloval jen tolik důvěry, kolik odpovídá jeho kvalitě vyjádřené hlasovací vahou. Hlasovací váhy expertů se obecně mohou lišit, ale v první fázi by měly být stejné, pokud nemáme k dispozici nějaké apriorní informace. Před hlasováním lze váhy expertů rovněž normovat, protože dělení hlasovacích vah jejich součtem nemá vliv na výsledné pořadí hodnocených projektů.

Zatímco základem rovného hlasování je prostá většina, hlasovací portfolia obsahují mnohem více informací a umožňují mnohem spolehlivější konstrukci konečného hodnocení. Pokud jsou hlasovací portfolia navrhována nezávisle, potom jediným zdrojem jejich podobnosti by měla být přesnost odhadu kvality projektů. Jinými slovy, můžeme předpokládat, že méně spolehlivá portfolia budou vykazovat větší variabilitu a spolehlivější portfolia budou blízká výslednému hlasování. Za předpokladu nezávislosti hlasovacích portfolií by se na výsledném hodnocení projektů měl projevit větší vliv spolehlivějších portfolií i při stejně počáteční hlasovací váze expertů. V tomto smyslu může být podobnost mezi hlasovacím portfoliem experta a výsledným váhovým vektorem důležitým zdrojem informace pro posílení jeho hlasovací váhy. Podobnost dvou vektorů se obvykle definuje jako klesající funkce jejich vzdálenosti, např. pomocí euklidovské metriky. Podobnost mezi výsledným vektorem vah projektů a hlasovacím portfoliem experta je tak tím větší, čím více se hlasovací portfolio experta podobá výsledku hlasování a lze ji přímo použít jako odhad hlasovací váhy experta. Uvedený postup současně snižuje váhy expertů s hlasovacím portfoliem výrazně odlišným od výsledného váhového vektoru.

Je zřejmé, že popsané schema nabízí možnost iterativního upřesňování odhadu kvality projektů na základě upravených hlasovacích vah expertů. Konkrétně, pokud nové hlasovací váhy zanormujeme, tj. vydělíme jejich součtem a normované relativní hodnoty použijeme jako nové hlasovací váhy expertů, můžeme vypočítat nový upřesněný odhad vah projektů, na kterém se spolehlivější experti budou podílet s vyšší hlasovací vahou. Současně se sníží vliv atypických hlasovacích portfolií na výsledek hlasování. Diferenciaci hlasovacích vah můžeme posílit pomocí mocniny nebo jiné vhodné funkce.

Při experimentálním ověřování na modelech s náhodně generovanými hlasovacími portfolii (100 projektů, 100 expertů) popsaná metoda překvapivě rychle konverguje, dobře identifikuje spolehlivější experty a jejich prostřednictvím podmnožinu kvalitních projektů. Vstupní informace procedury je obsažena pouze v hlasovacích portfoliích, která se při generování náhodně liší od předpokládaných skutečných vah projektů. Shoda náhodně generovaného hlasovacího portfolia se skutečnými vahami projektů přitom odpovídá kvalitě experta. Identifikace kvalitních projektů se v experimentu projeví jako shoda výsledného

váhového vektoru s předpokládanými skutečnými vahami projektů, které v reálné situaci nejsou známé. Spolehlivé experimentální výsledky jsou proto důležitým předpokladem praktické použitelnosti portfoliového hlasování.

V simulovaných náhodných experimentech se portfoliové hlasování jeví natolik odolné proti vlivu účelových nebo nekvalitních portfolií, že by hlasovací databázi expertů bylo možné zpřístupnit prakticky bez omezení. Lze si představit, že by se při volném přístupu mohly skupiny expertů účelově domlouvat, nicméně, jak ukazují výsledky experimentů, v případě portfoliového hlasování se účelové koalice prosazují mnohem obtížněji než při prostém většinovém hlasování. Uměle koordinovaná nebo jednoznačně cílená portfolia jsou navíc poměrně snadno odhalitelná.

3. Hlasování pomocí hlasovacích portfolií

Předpokládejme, že z dané množiny výzkumných projektů nebo grantových návrhů

$$\mathcal{P} = \{p_1, p_2, \dots, p_N\} \quad (1)$$

z určité odborné oblasti je třeba vybrat v závěrečné fázi hodnocení grantové soutěže podmnožinu těch nejkvalitnějších na základě preferencí expertů z nějaké databáze

$$\mathcal{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_M\}. \quad (2)$$

Popisy projektů, včetně komplexních (anonymních) posudků, by pro tento účel mohly být zpřístupněny např. přes webové stránky systému. Úroveň podrobnosti a rozsah popisu projektu by mohli zvolit sami navrhovatelé.

Z podstaty problému plyne, že pro potřeby grantové soutěže je nutné celkovou kvalitu, závažnost resp. reálnost projektů hodnotit kvantitativně, aby bylo možné je uspořádat. Názory jednotlivých expertů na předložené návrhy projektů budeme předpokládat ve formě normovaných portfolií

$$\mathbf{w}_x = (w(p_1|x), w(p_2|x), \dots, w(p_N|x)), \quad 0 \leq w(p|x) \leq 1, \quad \sum_{p \in \mathcal{P}} w(p|x) = 1, \quad x \in \mathcal{X}, \quad (3)$$

kde $w(p|x)$ vyjadřuje subjektivní celkové hodnocení projektu $p \in \mathcal{P}$ podle názoru experta $x \in \mathcal{X}$. Vektor \mathbf{w}_x definuje hlasovací portfolio experta $x \in \mathcal{X}$ a lze jej vytvořit prostým za-normováním nezáporných vah projektů (např. z intervalu $<0, 100>$) poskytnutých expertem. Normování vah je důležité, protože definuje relativní preference a znemožňuje extrémní podporu konkrétních projektů.

Hlasovací váhy expertů se obecně mohou lišit a bez ztráty obecnosti můžeme předpokládat, že jsou normované. Pro účely portfoliového hlasování označíme $g(x)$ relativní (normovanou) váhu experta $x \in \mathcal{X}$:

$$0 \leq g(x) \leq 1, \quad \sum_{x \in \mathcal{X}} g(x) = 1, \quad \mathbf{g} = (g(x_1), g(x_2), \dots, g(x_M)). \quad (4)$$

Výpočet celkové (výsledné) váhy soutěžících projektů $p \in \mathcal{P}$ na základě hlasování expertů $x \in \mathcal{X}$ pomocí hlasovacích portfolií \mathbf{w}_x je přirozeně vyjádřen rovnicí

$$w(p) = \sum_{x \in \mathcal{X}} w(p|x)g(x), \quad p \in \mathcal{P}, \quad \mathbf{w} = (w(p_1), w(p_2), \dots, w(p_N)), \quad (5)$$

tzn. výsledná váha $w(p)$ projektu $p \in \mathcal{P}$ je součtem příspěvků z jednotlivých portfolií $w(p|x)$ vynásobených příslušnou hlasovací vahou experta $g(x)$. Zkráceně

$$\mathbf{w} = \sum_{x \in \mathcal{X}} \mathbf{w}_x g(x). \quad (6)$$

Podle rovnice (5) každý expert rozděluje svoji důvěru/hlasovací váhu jednotlivým projektům pomocí svého portfolia, přičemž součet výsledných vah projektů je roven součtu vah expertů:

$$\sum_{p \in \mathcal{P}} w(p) = \sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{x \in \mathcal{X}} w(p|x) g(x) = \sum_{x \in \mathcal{X}} \left(\sum_{p \in \mathcal{P}} w(p|x) \right) g(x) = \sum_{x \in \mathcal{X}} g(x). \quad (7)$$

Z předchozí rovnice plyne, že váhy projektů definované jako vážený součet příspěvků z jednotlivých portfolií, budou rovněž v součtu rovny jedné při normovaných vahách expertů.

Pokud na počátku hlasování nemáme žádné informace o spolehlivosti expertů, měli bychom předpokládat, že mají všichni stejnou hlasovací váhu, tj. $g(x) = 1/M, x \in \mathcal{X}$ a výsledný váhový vektor \mathbf{w} bude roven průměru hlasovacích portfolií (srv. (6)):

$$\mathbf{w} = \frac{1}{M} \sum_{x \in \mathcal{X}} \mathbf{w}_x. \quad (8)$$

Jestliže můžeme předpokládat, že jsou hlasovací portfolia navržena nezávisle, potom jediným zdrojem jejich podobnosti by měla být blízkost preferencí skutečné kvalitě projektů. V tomto smyslu by hlasovací portfolia spolehlivějších expertů měla být navzájem podobná a portfolia méně spolehlivých expertů by měla vykazovat větší variabilitu. Za předpokladu nezávislosti hlasovacích portfolií by se ve výsledném váhovém vektoru \mathbf{w} měl projevit větší vliv spolehlivějších portfolií i při stejně počáteční hlasovací váze expertů.

Princip portfoliového hlasování spočívá v diferenciaci vah expertů na základě jejich hlasovacích portfolií. Porovnáním hlasovacího portfolia \mathbf{w}_x s výsledným váhovým vektorem \mathbf{w} můžeme posoudit, nakolik se názor experta $x \in \mathcal{X}$ podobá výslednému hodnocení a využít tuto informaci pro změnu jeho hlasovací váhy $g(x)$. S použitím euklidovské vzdálenosti obou vektorů

$$\| \mathbf{w} - \mathbf{w}_x \| = \sum_{p \in \mathcal{P}} (w(p) - w(p|x))^2, \quad 0 \leq \| \mathbf{w} - \mathbf{w}_x \| \leq 2, \quad x \in \mathcal{X}, \quad (9)$$

můžeme definovat míru jejich podobnosti např. pomocí funkce

$$\bar{s}(\mathbf{w}, \mathbf{w}_x) = \frac{1}{\gamma + \beta \| \mathbf{w} - \mathbf{w}_x \|^2}, \quad \frac{1}{\gamma + 2\beta} \leq \bar{s}(\mathbf{w}, \mathbf{w}_x) \leq \frac{1}{\gamma}, \quad x \in \mathcal{X}, \quad (10)$$

s parametry β, γ . Podobnost definovaná rovnicí (10) je nezáporné číslo, které je tím větší, čím více se hlasovací portfolio \mathbf{w}_x podobá výslednému váhovému vektoru \mathbf{w} a blíží se minimální hodnotě $1/(\gamma + 2\beta)$ při výrazně odlišných preferencích portfolia \mathbf{w}_x a vektoru \mathbf{w} . Volba parametrů β, γ ovlivňuje citlivost funkce (10) a následně rychlosť konvergence portfoliového hlasování. V simulačních experimentech byly použity hodnoty $\beta = 100, \gamma = 0.02$.

Ve smyslu předchozích úvah budeme předpokládat, že výsledný váhový vektor \mathbf{w} je blízký většinovému hodnocení spolehlivějších expertů a podobnost $\bar{s}(\mathbf{w}, \mathbf{w}_x)$ použijeme (po normalizaci) pro hodnocení spolehlivosti expertů:

$$s(\mathbf{w}, \mathbf{w}_x) = \frac{\bar{s}(\mathbf{w}, \mathbf{w}_x)}{\sum_{y \in \mathcal{X}} \bar{s}(\mathbf{w}, \mathbf{w}_y)}, \quad x \in \mathcal{X}. \quad (11)$$

Pro zvýraznění rozdílů mezi vahami definujeme nové hlasovací váhy expertů $g'(x)$ pomocí druhé mocniny podobnosti $s(\mathbf{w}, \mathbf{w}_x)$:

$$g'(x) = \frac{s^2(\mathbf{w}, \mathbf{w}_x)}{\sum_{y \in \mathcal{X}} s^2(\mathbf{w}, \mathbf{w}_y)}, \quad x \in \mathcal{X}. \quad (12)$$

Je zřejmé, že upravené váhy $g'(x)$ umožňují opakovaný výpočet váhového vektoru \mathbf{w} podle základní rovnice (6)

$$\mathbf{w}' = \sum_{x \in \mathcal{X}} \mathbf{w}_x g'(x), \quad \mathbf{w}' = (w'(p_1), w'(p_2), \dots, w'(p_N)), \quad p_n \in \mathcal{P}, \quad (13)$$

přičemž v novém váhovém vektoru \mathbf{w}' se hlasovací portfolia spolehlivějších expertů uplatní s vyšší vahou $g'(x)$ a omezí se vliv atypických portfolií.

Rovnice (12), (13) definují iterativní výpočetní schema, které na základě výchozích hlasovacích portfolií $\mathbf{w}_x, x \in \mathcal{X}$ umožňuje opakované upřesňování hlasovacích vah expertů a výsledných vah hodnocených projektů. Označíme-li $w^{(i)}(p)$ výsledné váhy projektů v i-tém kroku,

$$w^{(i)}(p) = \sum_{x \in \mathcal{X}} w(p|x) g^{(i-1)}(x), \quad \mathbf{w}^{(i)} = (w^{(i)}(p_1), \dots, w^{(i)}(p_N)), \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (14)$$

potom odpovídající upravené hlasovací váhy expertů $g^{(i)}(x)$ můžeme vyjádřit ve tvaru (srov. (10), (11), (12)):

$$g^{(i)}(x) = \frac{s^2(\mathbf{w}^{(i)}, \mathbf{w}_x)}{\sum_{y \in \mathcal{X}} s^2(\mathbf{w}^{(i)}, \mathbf{w}_y)}, \quad x \in \mathcal{X}. \quad (15)$$

V rovnici (15) posiluje novou váhu $g^{(i)}(x)$ experta $x \in \mathcal{X}$ podobnost vektoru $\mathbf{w}^{(i)}$ s jeho hlasovacím portfoliem \mathbf{w}_x a naopak dochází k potlačení váhy expertů s atypickým hlasovacím portfoliem. Jinými slovy, základem popsané iterativní procedury hodnocení projektů pomocí hlasovacích portfolií je vyhledávání spolehlivých expertů postupným zvyšováním jejich hlasovací váhy. Z výpočetního hlediska je použití druhé mocniny nebo jiné vhodné funkce ve vzorci (15) důležité, bez zvýraznění rozdílů mezi hlasovacími vahami byla v experimentech diferenciace vah expertů nedostatečná.

4. Simulace portfoliového hlasování

Vlastnosti portfoliové hlasovací procedury je možné ověřovat modelovým způsobem pomocí náhodně generovaných hlasovacích portfolií $\mathbf{w}_x, x \in \mathcal{X}$. Pro účely generování hlasovacích portfolií je třeba nejdříve zvolit nezáporné váhy $g^*(x)$ a $w^*(p)$ odpovídající skutečné (hypotetické) kvalitě expertů resp. projektů. Váhy expertů, které definují jejich skutečnou hlasovací spolehlivost, byly (před normováním) zvoleny náhodně s rovnoměrným rozložením z intervalu

$$0.01 < \bar{g}(x) < 0.99, \quad x \in \mathcal{X}, \quad (16)$$

tj. s vyloučením krajních hodnot. Váhy hodnocených projektů $\bar{w}(p)$ (před normováním), udávající jejich skutečnou kvalitu, byly voleny rovněž náhodně z intervalu $< 0, 1 >$ s rovnoměrným rozložením:

$$0 \leq \bar{w}(p) \leq 1, \quad p \in \mathcal{P}, \quad (17)$$

přičemž u části nejkvalitnějších projektů (30%) byly váhy $\bar{w}(p)$ mírně zvýšeny pro snadnější porovnávání výsledků (srv. černé sloupce na obr. 1 a 2). Vygenerované váhy $\bar{g}(x)$, $\bar{w}(p)$ byly následně pro větší přehlednost obrázků uspořádány v klesajícím pořadí a normalizovány:

$$g^*(x) = \frac{\bar{g}(x)}{\sum_{x \in \mathcal{X}} \bar{g}(x)}, \quad \sum_{x \in \mathcal{X}} g^*(x) = 1, \quad w^*(p) = \frac{\bar{w}(p)}{\sum_{p \in \mathcal{P}} \bar{w}(p)}, \quad \sum_{p \in \mathcal{P}} w^*(p) = 1. \quad (18)$$

Nenormalizované váhy expertů a projektů $\bar{g}(x)$, $\bar{w}(p)$ jsou základem pro generování hlasovacích portfolií. Podle předpokladu, preference $\bar{w}(p|x)$ (před normováním) mají být tím bližší skutečným vahám $\bar{w}(p)$, čím vyšší je spolehlivost experta $\bar{g}(x)$. V následujících experimentech byly preference $\bar{w}(p|x)$ v hlasovacích portfoliích generovány jako náhodná čísla z intervalu $<0, 1>$ s normálním rozložením se střední hodnotou $\bar{w}(p)$ a rozptylem $\gamma(x)$

$$\bar{w}(p|x) \approx \mathcal{N}(\bar{w}(p), \gamma(x)), \quad \gamma(x) = \alpha * (1 - \bar{g}(x)), \quad (\alpha = 1), \quad (19)$$

kde koeficient α je volitelný parametr ovlivňující přesnost generovaných portfolií. Při hlasovací váze $\bar{g}(x)$ blízké nule a velkém koeficientu α je tak rozložení preferencí $\bar{w}(p|x)$ v intervalu $<0, 1>$ téměř rovnoměrné a pro $\bar{g}(x)$ blízké jedné se generované preference $\bar{w}(p|x)$ blíží skutečné váze projektu $\bar{w}(p)$.

Na obrázku 1 jsou zobrazena normovaná hlasovací portfolia $w(p|x)$ prvních pěti expertů (s nejvyšší vahou $g(x)$) a posledních pěti expertů (s nejnižší vahou $g(x)$). Černé sloupce histogramů zobrazují skutečnou normovanou váhu projektů $w^*(p)$ v klesajícím pořadí a modré sloupce zobrazují příslušné náhodně vygenerované preference hlasovacích portfolií $w(p|x)$ po normalizaci. Z uvedených histogramů je zřejmé, že hlasovací portfolia spolehlivých expertů jsou blízká skutečné kvalitě projektů, zatímco portfolia expertů s nízkou vahou $g^*(x)$ jsou téměř náhodná, tj. použitá hodnota $\alpha = 1$ dostatečně odlišuje přesnější a méně přesná portfolia.

Parametry N, M jsou v širokých mezích volitelné, pro větší přehlednost grafického zobrazení byl zvolen počet projektů $N = 100$ a počet expertů $M = 100$. Cílem experimentu je zvýšení hlasovací váhy spolehlivých expertů a identifikace nejkvalitnějších projektů pomocí jejich hlasovacích portfolií. Obecně lze předpokládat, že s rostoucím počtem projektů N se bude zvyšovat informativnost hlasovacích portfolií a vyšší počet expertů M umožní spolehlivější odhad výsledných vah projektů.

Na obr. 2 a 3 jsou zobrazeny výsledky deseti iterací portfoliového hlasování podle rovnic (14), (15). Připomeňme, že jediným vstupem procedury jsou náhodně vygenerovaná hlasovací portfolia $\mathbf{w}_x, x \in \mathcal{X}$ (obr. 1) a výsledek hlasování je nezávislý na pořadí projektů resp. expertů. Na obr. 2 jsou zobrazeny váhy projektů jako výsledek portfoliového hlasování v jednotlivých iteracích. První iterace odpovídá rovnoměrným počátečním vahám expertů, tzn. váhový vektor $\mathbf{w}^{(1)}$ je průměrem hlasovacích portfolií (srv. (8)). V průběhu hlasování s postupně upravovanými hlasovacími vahami expertů podle rovnice (15) se výsledné váhy projektů blíží skutečným hodnotám a spolehlivě identifikují 30 nejlepších projektů. Na obr. 3 jsou zobrazeny příslušné váhy expertů v jednotlivých iteracích podle rovnice (15). Počáteční rovnoměrné váhy $g^{(0)}(x) = 1/M$ se postupně diferencují a během několika iterací se vliv méně spolehlivých expertů téměř úplně potlačí. Na konečném výsledku portfoliového hlasování se tak po deseti iteracích podílí zhruba devět expertů.

Při pokračujících iteracích by se množina spolehlivých expertů dále zmenšovala až do jediného ”nejspolehlivějšího” experta s vahou $g(x) = 1$ a výsledek hlasování by potom byl určen pouze jeho hlasovacím portfoliem. V reálné situaci je z důvodů spolehlivosti žádoucí,

aby výsledné váhy projektů byly váženým součtem většího počtu kvalitních hlasovacích portfolií. Pro tento účel je možné iterace hlasovací procedury ukončit, např. pomocí prahové hodnoty entropie váhového vektoru $\mathbf{g}^{(i)}$:

$$H(\mathbf{g}^{(i)}) = \sum_{x \in \mathcal{X}} -g^{(i)}(x) \log g^{(i)}(x). \quad (20)$$

Jestliže entropie H_0 odpovídá nějakému předem danému počtu expertů (např. $H_0 = \log M_0$, $M_0 = M/10$), potom neurčitost rozložení hlasovacích vah expertů $H(\mathbf{g}^{(i)})$ při prahové hodnotě H_0 odpovídá entropii rovnoměrně rozložených hlasovacích vah nad podmnožinou M_0 expertů.

5. Robustnost portfoliového hlasování

Předmětem následujících experimentů bylo ověřování odolnosti výsledku portfoliového hlasování z předchozího odstavce vůči možným odchylkám v hlasovacích portfoliích.

5.1 Účelové koalice

Předpokládejme, že se skupina pěti expertů x_m (např. s indexy $m = 10, 30, 50, 70, 90$) vzájemně dohodne na zvýšené podpoře pěti projektů p_n (např. s indexy $n = 10, 30, 50, 70, 90$). Pro potřeby experimentu byla původní hlasovací portfolia pěti vybraných expertů vynásobena koeficientem 0.25 a preference účelově podporovaných projektů byly zvýšeny o 0.15, tj. původní náhodná hlasovací portfolia byla upravena podle následujících vztahů (srov. obr. 4):

$$\begin{aligned} \tilde{w}(p_n|x_m) &= 0.25 w(p_n|x_m), \quad n \notin \{10, 30, 50, 70, 90\}, \\ \tilde{w}(p_n|x_m) &= 0.25 w(p_n|x_m) + 0.15, \quad n \in \{10, 30, 50, 70, 90\}, \quad m = 10, 30, 50, 70, 90. \end{aligned} \quad (21)$$

Obr. 5 ukazuje vývoj váhového vektoru projektů v upraveném experimentu s účelovou koalicí v průběhu 10 iterací. Zvýšené váhy projektů s koordinovanou podporou jsou viditelné pouze v první iteraci, a v dalších iteracích nejsou patrné. Obr. 6 zobrazuje odpovídající vývoj hlasovacích vah expertů, při kterém jsou váhy účelově hlasujících expertů ($m = 10, 30, 50, 70, 90$) rovněž potlačeny po jedné iteraci.

Je zajímavé, že konečný výsledek se nemění ani při výrazném zvýšení počtu expertů v koalici. Na obr. 7 a 8 je vidět analogický průběh portfoliového hlasování, při kterém účelová koalice zahrnuje 48 expertů. Váhy podporovaných projektů jsou nejprve vysoké ale od páté iterace výrazně klesají. Hlasovací váhy členů koalice (obr. 8, sudé sloupce $m = 4, 6, 8, \dots, 98$) jsou rovněž potlačeny přibližně od čtvrté iterace.

Kvalitativní obrat, při kterém se jednoznačně prosadí pětice podporovaných projektů, nastává až při účelové koalici zahrnující 49 expertů. Na obr. 9 je vidět rychlý pokles preferencí všech projektů s výjimkou pěti podporovaných a na obr. 10 odpovídající pokles hlasovacích vah všech 51 expertů mimo účelovou koalici (liché sloupce, $m = 1, 3, 5, \dots, 97$). Nicméně, předchozí úspěch účelové koalice lze snadno zvrátit prostým zvýšením počtu expertů. Jestliže stejný experiment zopakujeme s větším počtem expertů, např. $M = 105$, dojde opět k potlačení vlivu účelové podpory. Připomeňme, že ve všech experimentech s účelovou koalicí jsou hlasovací portfolia domluvených expertů generována náhodně s výjimkou zvýšených preferencí pěti podporovaných projektů.

5.2 Neúplná hlasovací portfolia

Důležitým aspektem portfoliového hlasování je problém úplnosti hlasovacích portfolií. V reálné situaci je třeba předpokládat, že zúčastnění experti nebudou schopni nebo ochotni hodnotit všechny projekty v portfoliu, tzn. část požadovaných preferencí bude nulová. Za účelem posouzení vlivu neúplných portfolií byl modifikován původní experiment z obr. 1 až 3 metodou náhodného vynechávání preferencí. Předpokládáme, že v reálné situaci budou experti spíše vynechávat hodnocení projektů, které se jím jeví jako méně kvalitní, tj. mají nízkou preferenci v jejich osobním hlasovacím portfoliu. Pro jednoduchost byla ve všech vygenerovaných hlasovacích portfoliích postupně každá podprůměrná preference buď vynechána (s pravděpodobností π_0) nebo ponechána (s pravděpodobností $1 - \pi_0$), vždy s následnou normalizací portfolia (viz obr. 11).

Výsledek hlasování pomocí neúplných portfolií je velmi odolný vzhledem k počtu chybějících preferenčních vah. Lze říci, že počet vynechaných preferencí přibližně do 30 procent téměř neovlivní průběh hlasování ($\pi_0 = 0.5$, svr. obr. 12, 13). Vynecháním části nízkých preferencí se identifikace kvalitních projektů naopak spíše zpřesňuje. Při náhodném vynechávání preferencí menších než jedenapůlnásobek průměru ($\pi_0 = 0.7$, zhruba 50 procent vynechaných preferenčních vah) je tento výsledek ještě výraznější (obr. 14, 15).

5.3 Binární hlasovací portfolia

Zajímavou aplikační oblastí portfoliového hlasování by mohly být množiny objektů s binárním hodnocením, kdy preferenční váhy mohou nabývat pouze dvou hodnot

$$\bar{w}(p|x) \in \{0, 1\}, \quad p \in \mathcal{P}, \quad x \in \mathcal{X}. \quad (22)$$

Po zanormování by tak binární hlasovací portfolio obsahovalo jen několik stejných nenulových preferencí. Podobnou informaci, která definuje binární hlasovací portfolio, za sebou zanechává např. každý uživatel internetu prostým výběrem míst, která navštívil. Počet takových míst je jistě velký, ale velikost sledované množiny objektů by bylo možné omezit řádově na několik tisíc informativnějších míst.

Výsledkem binárního portfoliového hlasování jsou sice reálné, ale dobře interpretovatelné váhy hodnocených objektů. Výsledný váhový vektor udává typickou relativní návštěvnost jednotlivých internetových adres, hlasovací váhy udávají míru typičnosti chování účastníků hlasování a obsahy internetových adres nabízejí velký prostor pro interpretaci zájmů typických uživatelů. Důležitou vlastností portfoliového hlasování je diferenciace vah hlasujících, takže typičnost nezávisí pouze na četnosti, ale zahrnuje i prvek kvalitativního výběru.

V následujícím numerickém experimentu byla binární hlasovací portfolio generována náhodně pomocí hlasovacích vah $\bar{g}(x), \bar{w}(p)$ tak, že s pravděpodobností $\pi_1 = \bar{g}(x)\bar{w}(p)$ byla příslušná preferenze rovná jedné, tj $\bar{w}(p|x) = 1$ a s pravděpodobností $(1 - \pi_1)$ rovná nule, tj $\bar{w}(p|x) = 0$. Po zanormování tak každé binární hlasovací portfolio obsahovalo několik stejně velkých preferencí.

Binární portfolia urychlují konvergenci (4 až 5 iterací, viz obr. 18), ale obsahují méně informací. Důsledkem méně informativních portfolií jsou náhodné odchylky ve výsledných váhových vektorech.

6. Počáteční hlasovací váhy expertů

Průběh portfoliového hlasování podle iteračních vztahů (14), (15) je při daném počátečním vektoru hlasovacích vah $\mathbf{g}^{(0)}$ určen jednoznačně, ale v obecnějším smyslu může mít úloha lokálně optimální řešení. Lze si např. představit, že databáze expertů \mathcal{X} bude obsahovat dvě různé podmnožiny $\mathcal{X}_a \subset \mathcal{X}$, $\mathcal{X}_b \subset \mathcal{X}$ s odlišným způsobem hodnocení projektů. Rozdílný pohled na kvalitu a závažnost projektů může souviseť např. s odlišným odborným profilem expertů. V simulačním experimentu v odst. 4 by v takové situaci bylo nutné předpokládat dva odlišné vektory \mathbf{w}_a^* , \mathbf{w}_b^* odpovídající skutečné kvalitě projektů z pohledu expertů \mathcal{X}_a resp. \mathcal{X}_b . Příslušná hlasovací portfolia by v každé podmnožině obsahovala vektory blízké \mathbf{w}_a^* resp. \mathbf{w}_b^* a patrně by záleželo na náhodě nebo na konkrétní volbě parametrů, která z obou podmnožin expertů by při hlasování převážila nebo by se obě podskupiny uplatnily paralelně.

Z iteračních vztahů (14), (15) je zřejmé, že výsledek portfoliového hlasování může být ovlivněn také volbou počátečních hlasovacích vah $\mathbf{g}^{(0)}$. V reálné situaci by patrně nebylo nutné zvažovat rozdílné odborné profily expertů, ale mnohem důležitější je možnost zvýšení spolehlivosti portfoliového hlasování a jeho odolnosti proti účelovým koalicím vhodnou volbou počátečních hlasovacích vah. Tak např. v experimentu s úspěšnou účelovou koalicí 49 expertů (obr. 8,9) stačí malé zvýšení počáteční hlasovací váhy nečlenů koalice, aby se obnovil původní většinový výsledek hlasování (obr. 16, 17).

Jednoduchou možnost optimalizace počátečních hlasovacích vah nabízí opakovaná účast expertů v různých úlohách portfoliového hlasování. Počáteční váhu $\bar{g}^{(0)}(x)$ (před normováním) konkrétního experta $x \in \mathcal{X}$ by bylo možné zvolit např. jako vážený průměr vah dosažených v předchozích hlasováních, tj.

$$\bar{g}^{(0)}(x) = \rho + \sum_{r=1}^R g^{(i_r)}(x) \frac{|\mathcal{X}_r|}{\sum_{r=1}^R |\mathcal{X}_r|}, \quad (23)$$

kde R je počet předchozích hlasování, $g^{(i_r)}(x)$ výsledná hlasovací váha experta x v r-tém hlasování a $|\mathcal{X}_r|$ je příslušný počet zúčastněných expertů. Nezáporná konstanta ρ je parametr snižující význam předchozích hlasování pro odhad váhy $\bar{g}^{(0)}(x)$.

7. Souhrn

Princip iterativního portfoliového hlasování spočívá v postupné diferenciaci vah expertů na základě jejich hlasovacích portfolií. Jestliže jsou hlasovací portfolia navržena nezávisle, potom jediným zdrojem jejich podobnosti by měla být blízkost preferencí skutečné kvalitě projektů a ve výsledku hlasování by se měl projevit větší vliv spolehlivějších portfolií. Porovnáním konkrétního hlasovacího portfolia s výsledným váhovým vektorem můžeme posoudit, nakolik se názor experta podobá výslednému hodnocení a využít tuto informaci pro změnu jeho hlasovací váhy. Cílem portfoliového hlasování je zvýšení hlasovací váhy spolehlivých expertů a identifikace nejkvalitnějších projektů pomocí jejich hlasovacích portfolií. Vyhledávání spolehlivých expertů zvyšováním jejich hlasovací váhy odpovídá přirozenému vytváření koalice expertů na základě detailní názorové shody. Na rozdíl od rovného většinového hlasování hlasovací portfolia podrobně vypovídají o názorech expertů a umožňují mnohem spolehlivější výpočet konečného hodnocení, které nemusí být většinové, ale mělo by být přesnější.

Vlastnosti portfoliové hlasovací procedury je možné ověřovat modelovým způsobem pomocí náhodných hlasovacích portfolií. Na základě náhodně zvolených hlasovacích vah expertů jsou hlasovací portfolia náhodně generována tak, aby portfolia spolehlivých expertů byla blízká skutečné kvalitě projektů, zatímco portfolia expertů s nízkou hlasovací vahou jsou téměř náhodná. Identifikace kvalitních projektů se v experimentu projeví jako shoda výsledného váhového vektoru s předpokládanými skutečnými vahami projektů, které v reálné situaci nejsou známé. Spolehlivé experimentální výsledky jsou proto důležitým dokladem praktické použitelnosti portfoliového hlasování.

Předmětem simulačních experimentů bylo především ověřování odolnosti portfoliového hlasování vůči možným odchylkám v hlasovacích portfoliích. Ukazuje se, že výsledek hlasování je např. velmi odolný vůči koalici expertů s dohodnutou podporou několika vybraných projektů. Podobně výsledek hlasování pomocí neúplných portfolií je rovněž velmi odolný vzhledem k počtu chybějících preferenčních vah. Pro tento účel byly v hlasovacích portfoliích náhodně vynechávány podprůměrné preference. Zajímavou aplikační oblastí portfoliového hlasování by mohly být množiny objektů s binárním hodnocením, kdy preferenční váhy mohou nabývat pouze dvou hodnot. Binární portfolia urychlují konvergenci, ale důsledkem méně informativních portfolií jsou náhodné odchylky ve výsledných váhových vektorech.

Portfoliové hlasování může být ovlivněno také volbou počátečních hlasovacích vah. Optimální volba počátečních vah umožňuje zvýšení spolehlivosti portfoliového hlasování a jeho odolnosti proti účelovým koalicím. Diferencované stanovení počáteční hlasovací váhy např. na základě účasti experta v předchozích portfoliových hlasování vytváří také důležitou motivaci k opakované a zodpovědné účasti v procesu hodnocení projektů. V současných systémech vyhodnocování grantové soutěže podobný motivační a hodnotící prvek zcela chybí a mohl by přispět k dlouhodobé konsolidaci spolehlivých a otevřených expertních databází.

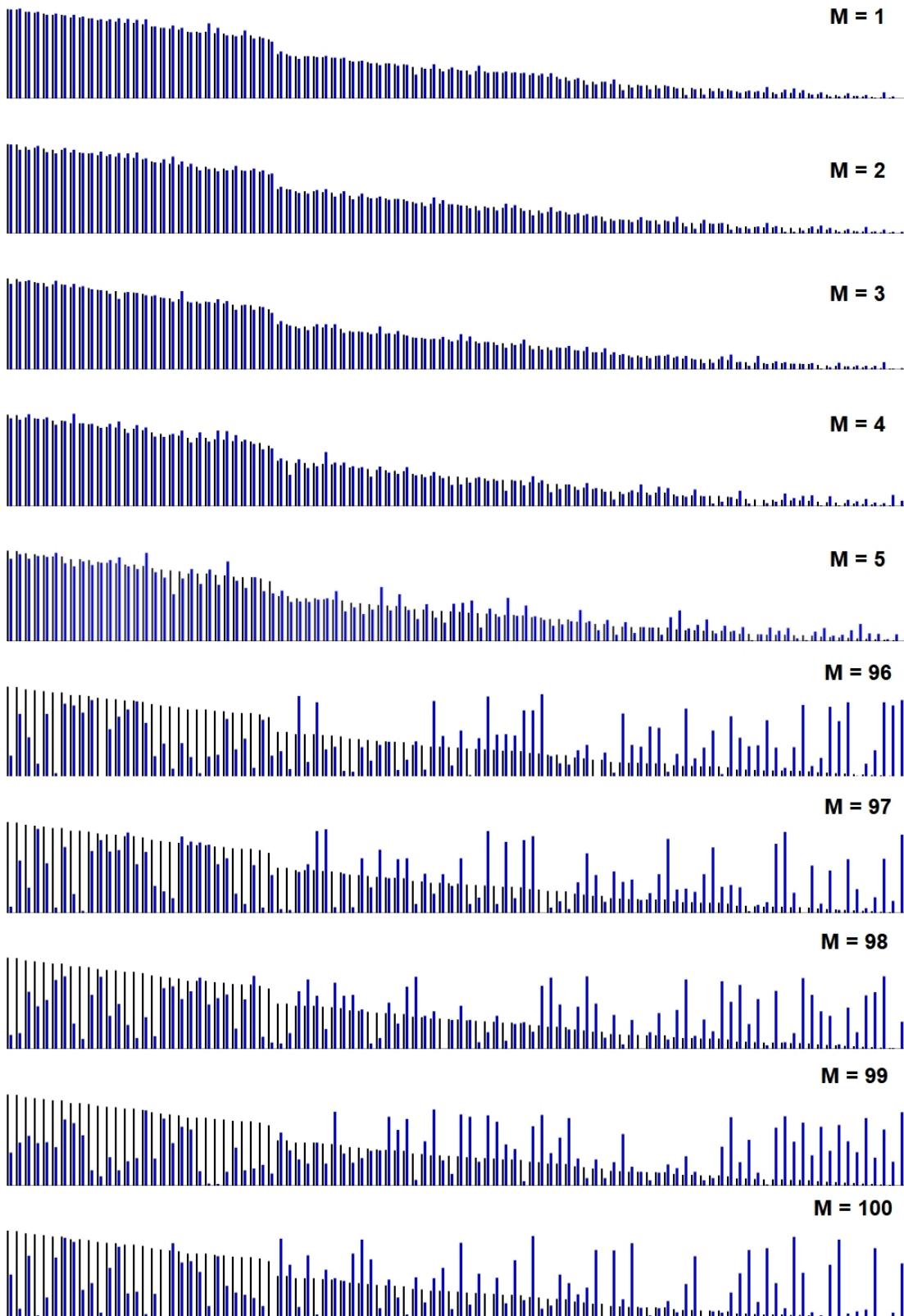
Výsledek otevřeného portfoliového hlasování s nestejnou váhou expertů by neměl být používán přímo, ale vždy pouze jako nezávislý veřejný podklad pro konečné rozhodování hodnotící komise. Případné rozdíly mezi hodnocením komise a výsledkem portfoliového hlasování by bylo nutné vysvětlovat a snížilo by se riziko selhání hlasovací procedury nebo pochybení členů komise. Hlasování s nestejnou váhou hlasu by nemělo odstraňovat nutnost dosažení většinové shody při rozhodování s širokým dosahem.

Reference

- [1] Butler, J.M., Douglas, J. and Mullarkey, P.W. : A multiple attribute utility theory approach to ranking and selection, *Management Science*, Vol. 47, No. 6, pp. 800–816, INFORMS [2001]
- [2] Grim J. : Individualized voting scheme - a democratic violation of the democratic voting principle, *Cybernetics and Systems '94*, p. 1081-1088, Eds: Trapp R., World Scientific, (Singapore 1994), European Meeting on Cybernetics and Systems Research /12./, (Vienna, AT, 05.04.1994-08.04.1994) [1994]
- [3] Insua, D.R., Holgado, J. and Moreno, R. : Multicriteria e-negotiation systems for e-democracy, *Journal of Multicriteria Decision Analysis*, Vol. 12, No. 2-3, p. 213, Wiley Periodicals Inc. [2003]

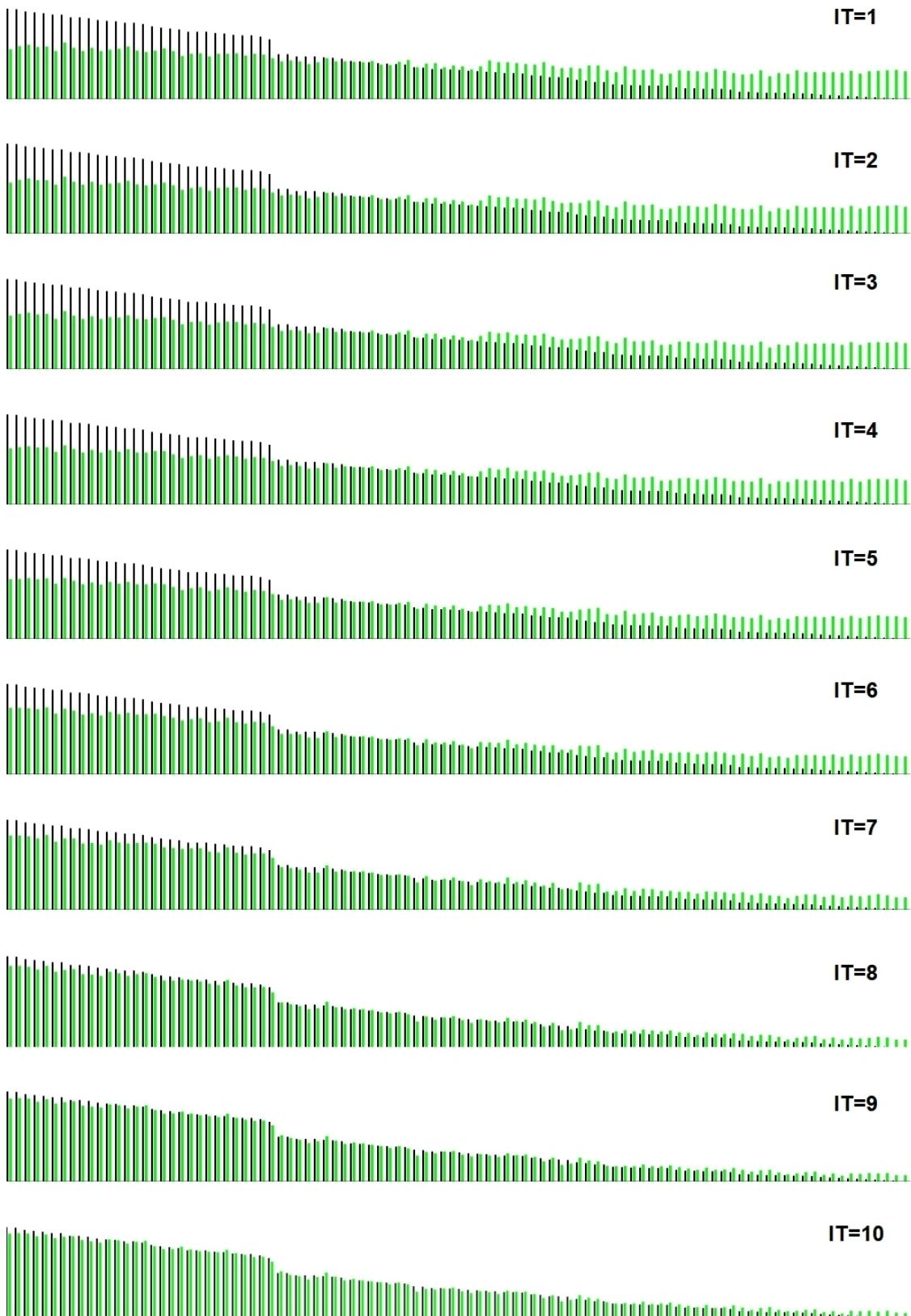
- [4] Kárný, M. and Guy, T.V. : Ranking as parameter estimation, *International Journal of Operational Research*, Vol. 4, No. 2, pp. 142–158, Interscience Enterprises [2009]
- [5] Kim, S.H., Choi, S.H. and Kim, J.K. : An interactive procedure for multiple attribute group decision making with incomplete information: Range-based approach, *European Journal of Operational Research*, Vol. 118, No. 1, pp. 139–152, Elsevier [1999]
- [6] Slevin, D.P., Boone, L.W., Russo, E.M. and Allen, R.S. : CONFIDE: A collective decision-making procedure using confidence estimates of individual judgements, *Group Decision and Negotiation*, Vol. 7, No. 2, pp. 179–194, Springer [1998]

NÁHODNĚ GENEROVANÁ HLASOVACÍ PORTFOLIA



Obrázek 1: Náhodně generovaná hlasovací portfolia expertů. Černé sloupce: skutečné hodnoty projektů, modré sloupce: náhodně generované preference blízké skutečným hodnotám, úměrně spolehlivosti experta (srov. (19)). Spolehliví experti: $m=1,2,\dots,5$, nespolehliví experti: $m=96,97,\dots,100$.

KONVERGENCE VAH PROJEKTŮ



Obrázek 2: Konvergance vah projektů v průběhu iterací portfoliového hlasování. Černé sloupce: skutečné váhy projektů, zelené sloupce: průběžné výsledky portfoliového hlasování (srov. (14)).

KONVERGENCE HLASOVACÍCH VAH EXPERTŮ

IT = 0



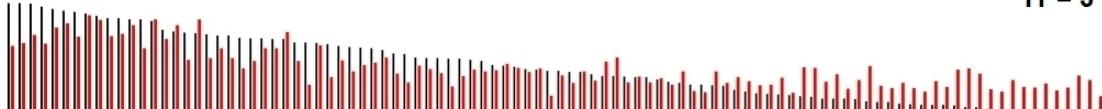
IT = 1



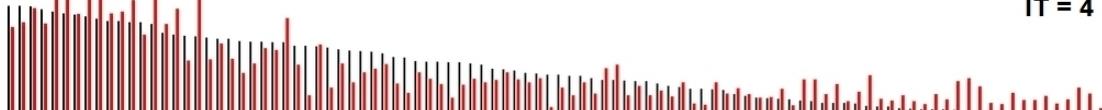
IT = 2



IT = 3



IT = 4



IT = 5



IT = 6



IT = 7



IT = 8

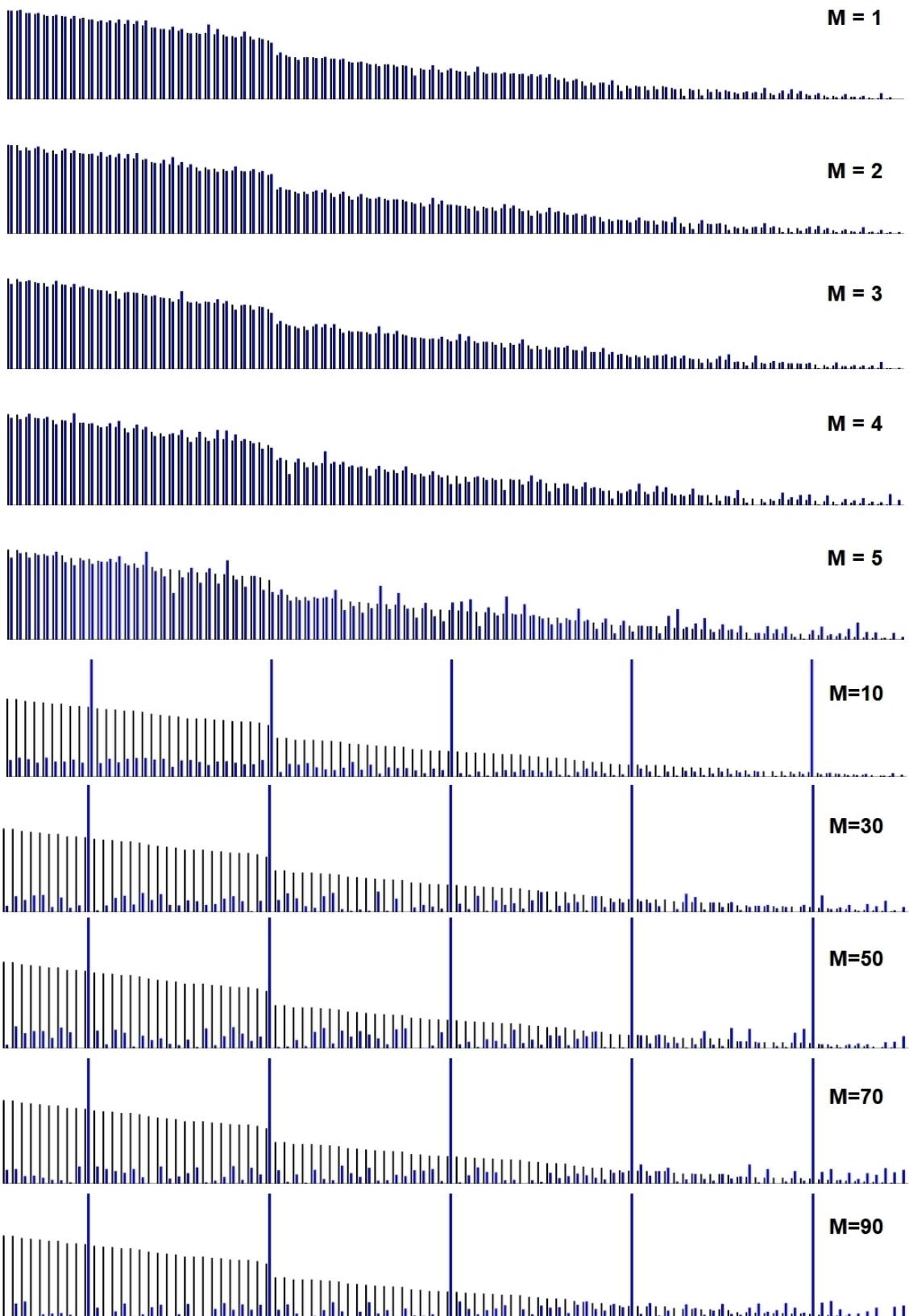


IT = 9



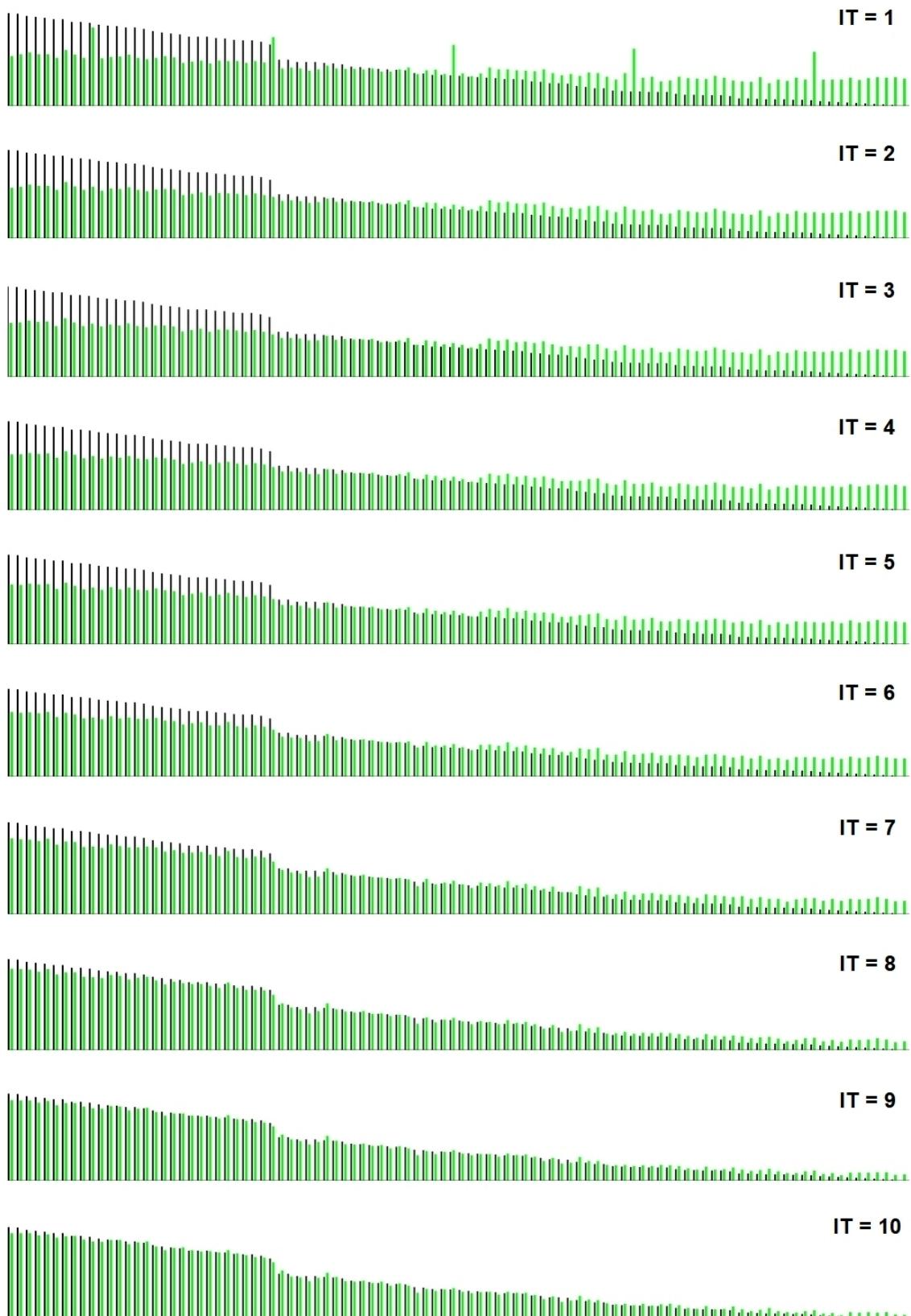
Obrázek 3: Konvergence vah expertů v průběhu iterací portfoliového hlasování. Černé sloupce: skutečné váhy expertů, červené sloupce: upravené váhy expertů (srov. (15)).

PORFOLIA S ÚČELOVOU KOALICÍ PĚTI EXPERTŮ



Obrázek 4: Portfolia s účelovou koalicí pěti expertů. Příklady původních portfolií: $M=1,2,3,4,5$, koordinovaná účelová portfolia: $M=10,30,50,70,90$.

VÁHY PROJEKTŮ (ÚČELOVÁ KOALICE - 5 EXPERTŮ)



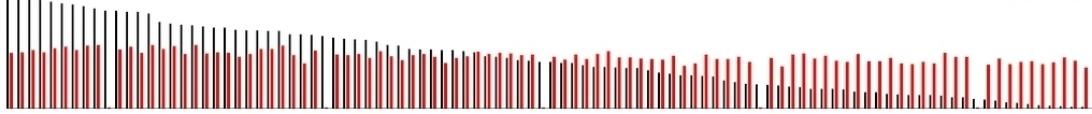
Obrázek 5: Konvergencie vah projektov v príklade s účelovou koalicí 5 expertov. Zvýšené vahy podporovaných projektov jsou patrné pouze v první iteraci.

HLASOVACÍ VÁHY ÚČELOVÉ KOALICE (5 EXPERTŮ)

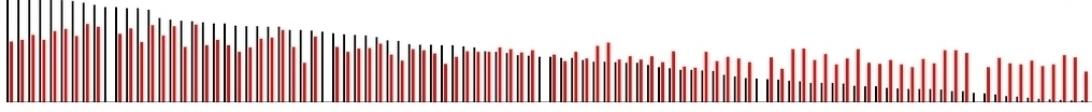
IT = 0



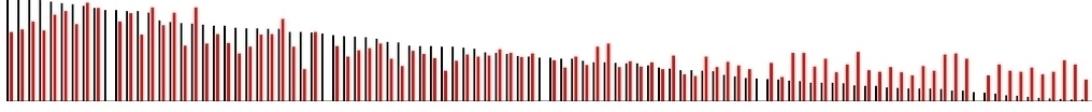
IT = 1



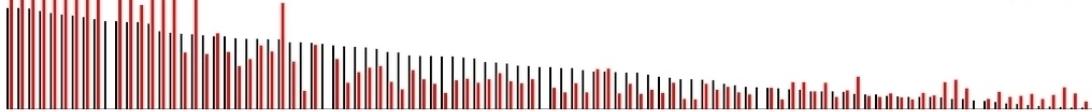
IT = 2



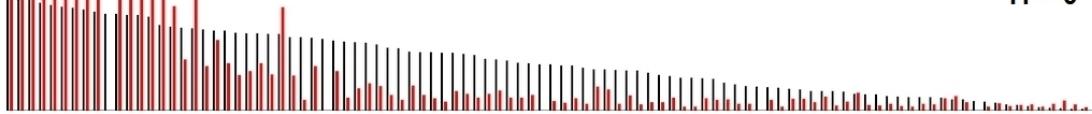
IT = 3



IT = 4



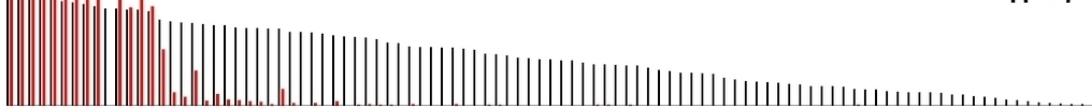
IT = 5



IT = 6



IT = 7



IT = 8

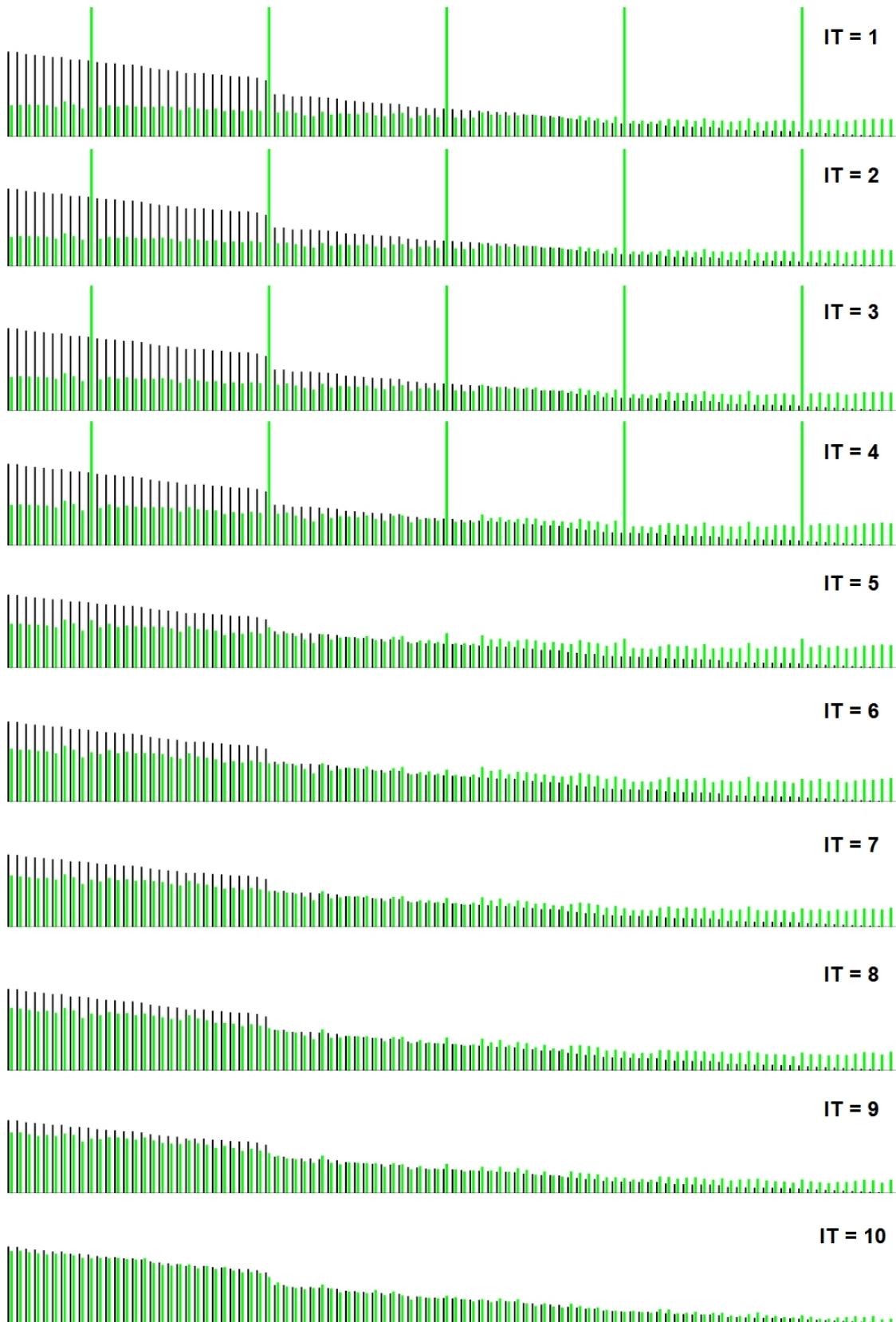


IT = 9



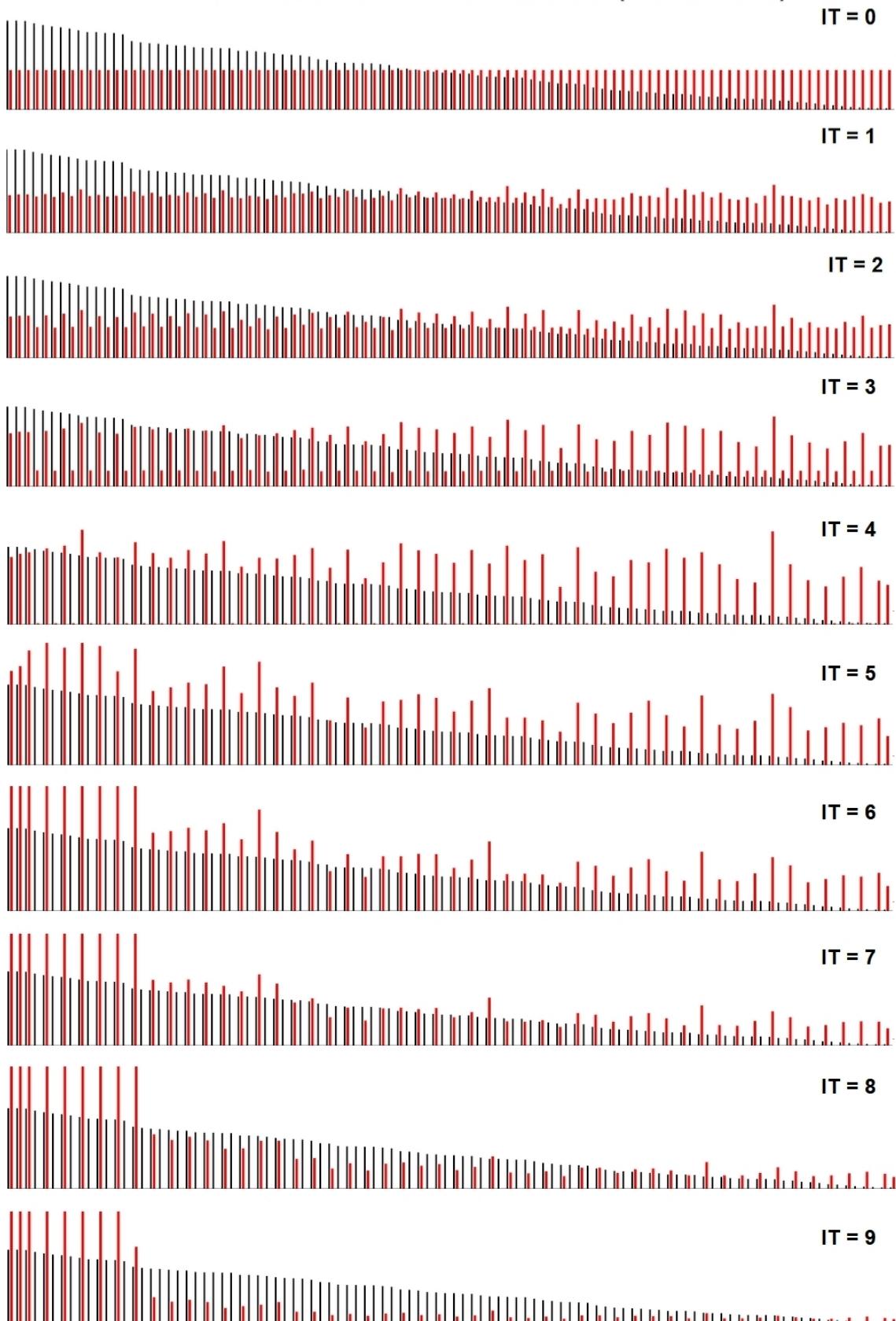
Obrázek 6: Konvergence vah expertů v příkladu s účelovou koalicí 5 expertů. Váhy expertů, kteří jsou součástí účelové koalice, jsou potlačeny již v první iteraci.

VÁHY PROJEKTŮ (ÚČELOVÁ KOALICE - 48 EXPERTŮ)



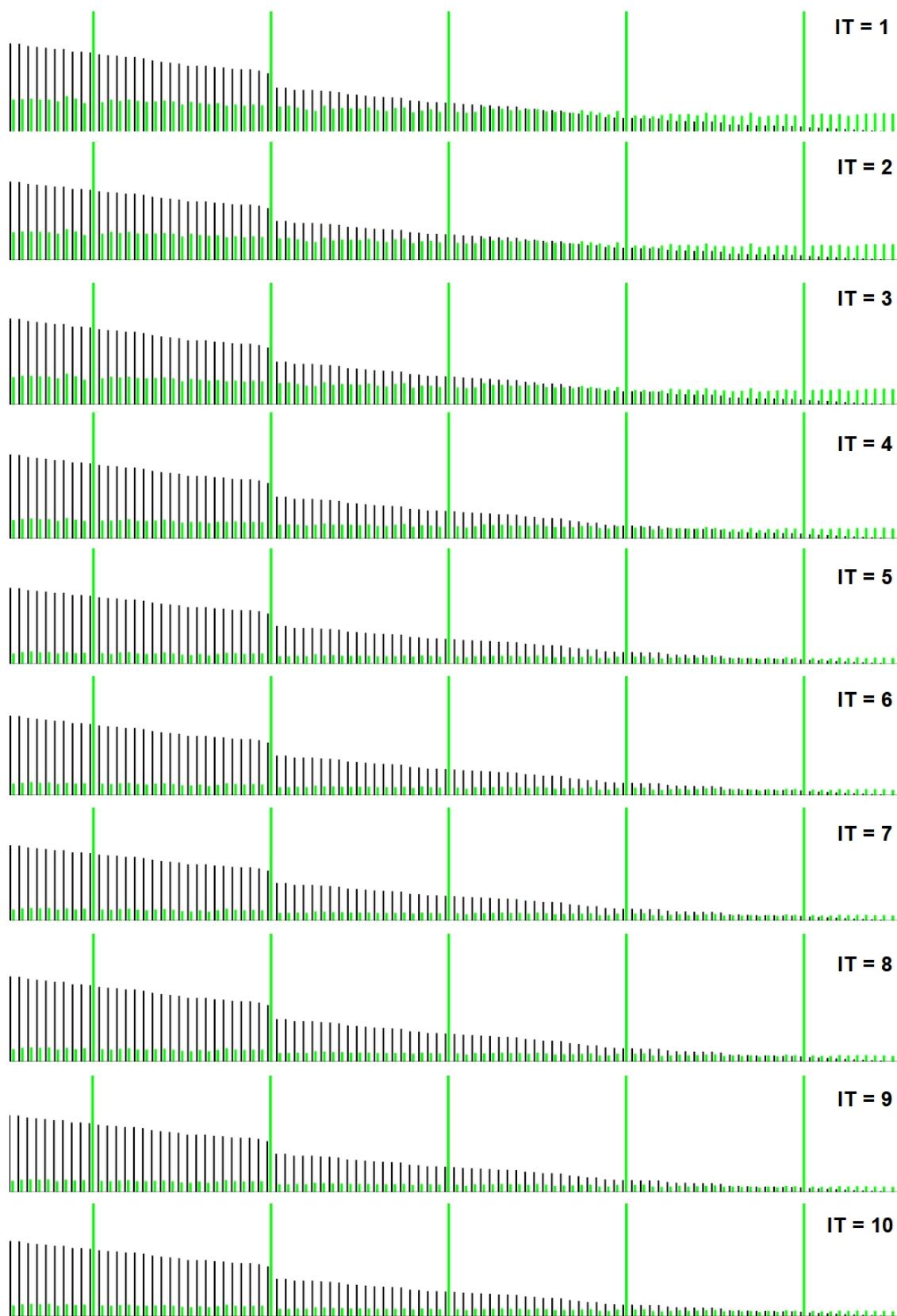
Obrázek 7: Konvergance vah projektů v příkladu s účelovou koalicí 48 expertů. Zvýšené váhy podporovaných projektů jsou téměř potlačeny během 4 iterací.

HLASOVACÍ VÁHY ÚČELOVÉ KOALICE (48 EXPERTŮ)



Obrázek 8: Konvergencie hlasovacích vah v príkladu s účelovou koalicí 48 expertov. Váhy expertov v účelové koalici ($m=4,6,8,\dots,98$) jsou téměř úplně potlačeny již od čtvrté iterace.

VÁHY PROJEKTŮ (ÚČELOVÁ KOALICE - 49 EXPERTŮ)



Obrázek 9: Konvergance vah projektů v příkladu s účelovou koalicí 49 expertů. Váhy podporovaných projektů se prosazují již od první iterace.

HLASOVACÍ VÁHY ÚČELOVÉ KOALICE (49 EXPERTŮ)

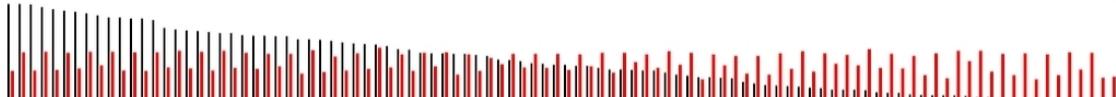
IT = 0



IT = 1



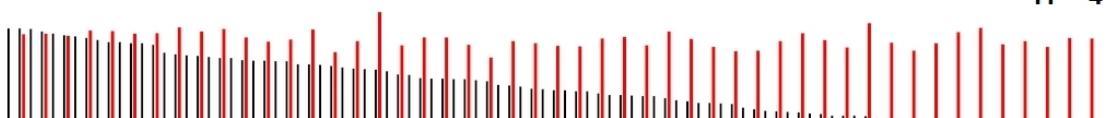
IT = 2



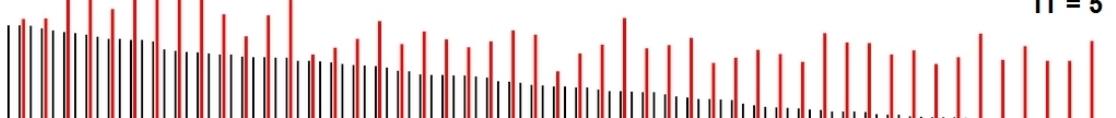
IT = 3



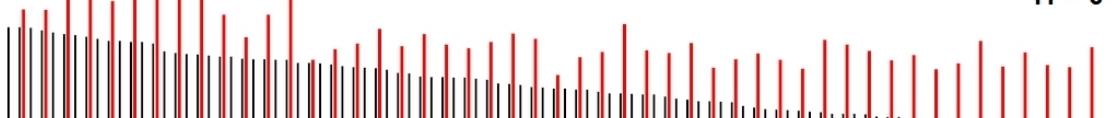
IT = 4



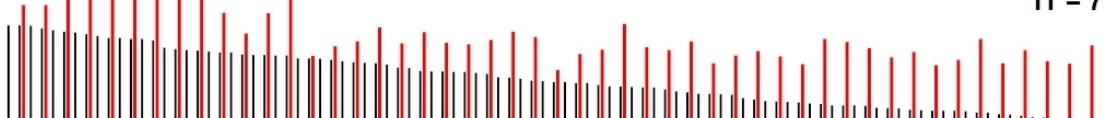
IT = 5



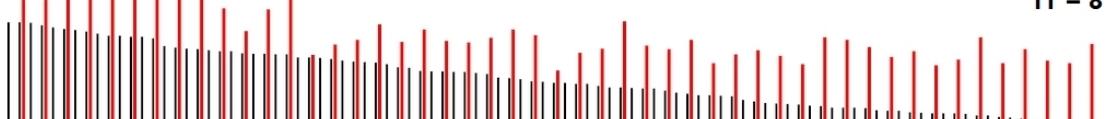
IT = 6



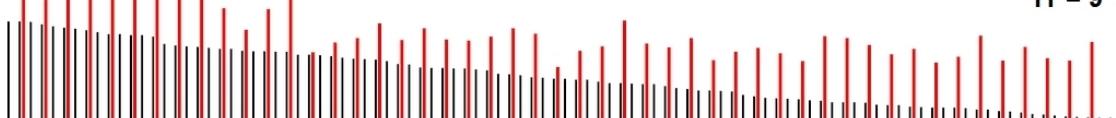
IT = 7



IT = 8



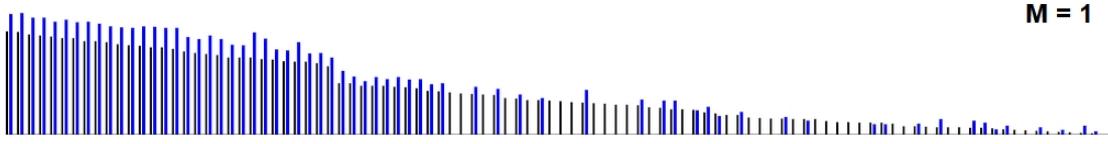
IT = 9



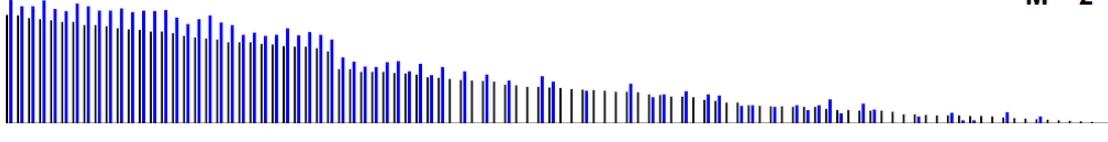
Obrázek 10: Konvergance hlasovacích vah v příkladu s účelovou koalicí 49 expertů. Váhy expertů mimo účelovou koalici ($m=1,3,5,\dots,99$) jsou prakticky potlačeny již od čtvrté iterace.

NEKOMPLETNÍ PORTFOLIA (30% VYNECHANÝCH PREFERENCÍ)

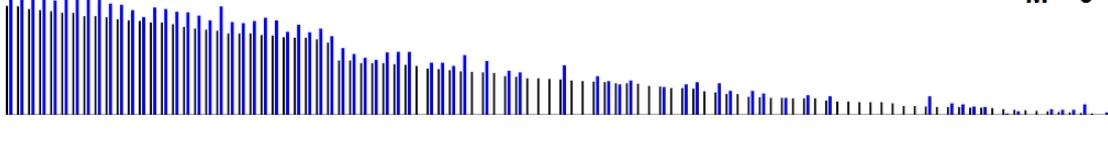
M = 1



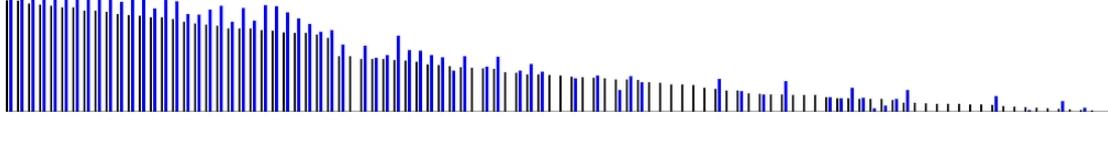
M = 2



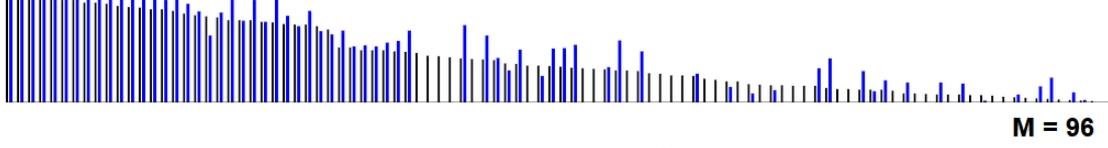
M = 3



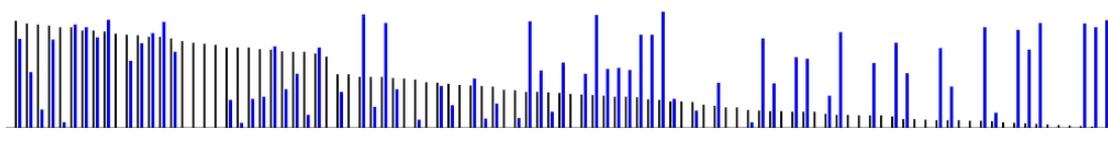
M = 4



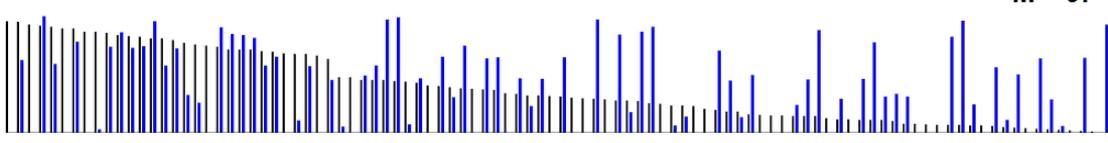
M = 5



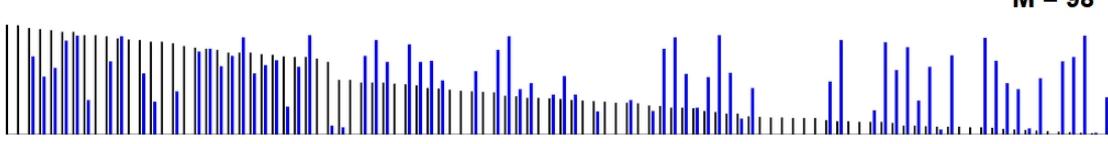
M = 96



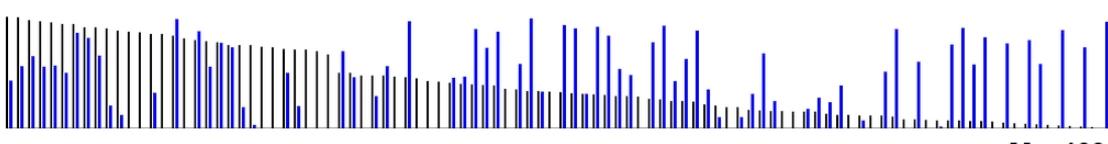
M = 97



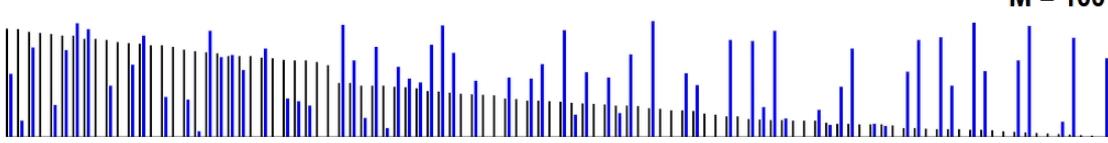
M = 98



M = 99



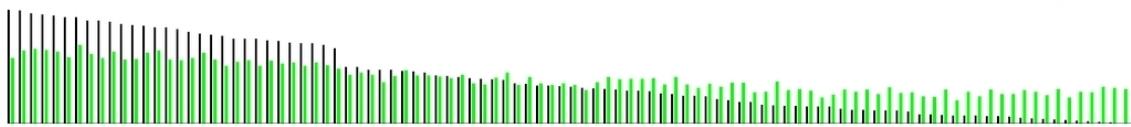
M = 100



Obrázek 11: Příklady neúplných portfolií spolehlivějších expertů ($m=1,2,3,4,5$) a méně spolehlivých expertů ($m=96,97,98,99,100$).

VÁHY PROJEKTŮ (30% VYNECHANÝCH PREFERENCÍ)

IT = 1



IT = 2



IT = 3



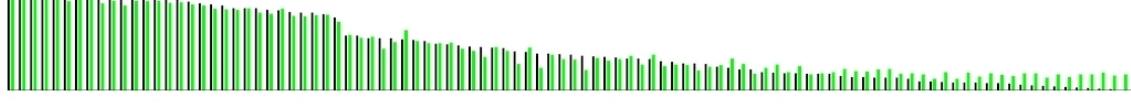
IT = 4



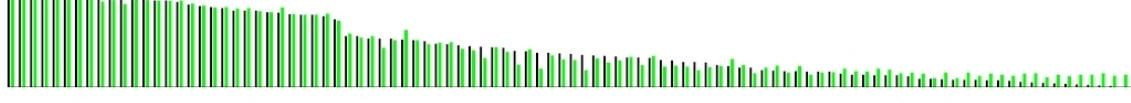
IT = 5



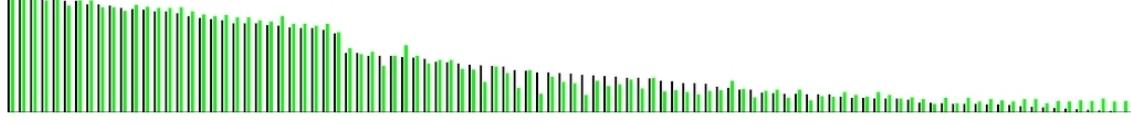
IT = 6



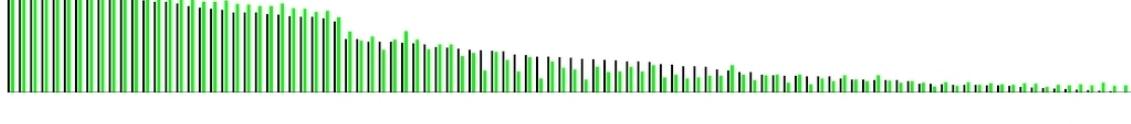
IT = 7



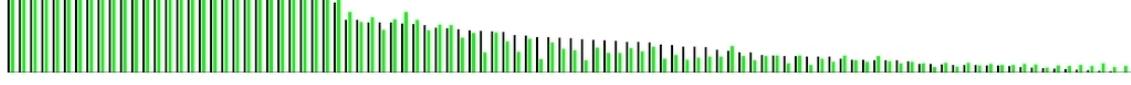
IT = 8



IT = 9



IT = 10



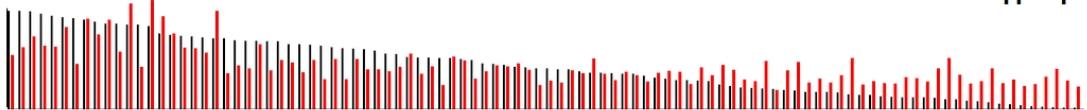
Obrázek 12: Konvergence vah projektů v příkladu s neúplnými portfolii se vynecháním méně výrazných preferencí spíše zlepšuje.

HLASOVACÍ VÁHY EXPERTŮ (30% VYNECHANÝCH PREFERENCÍ)

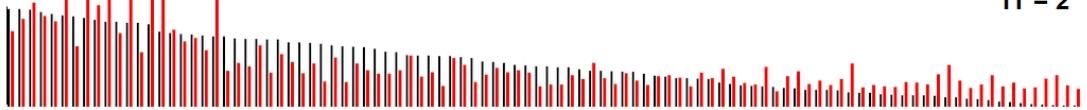
IT = 0



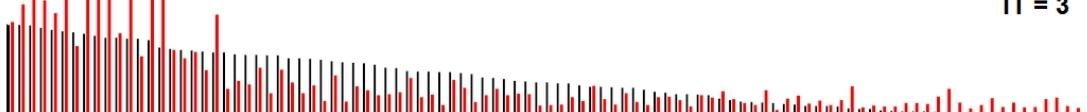
IT = 1



IT = 2



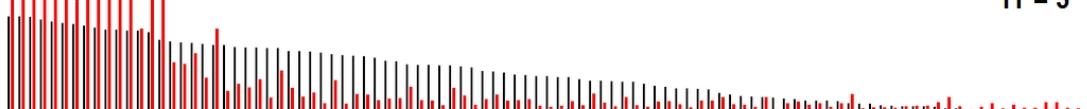
IT = 3



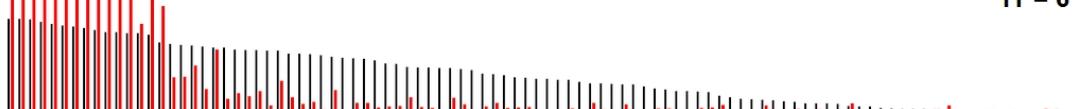
IT = 4



IT = 5



IT = 6



IT = 7



IT = 8



IT = 9



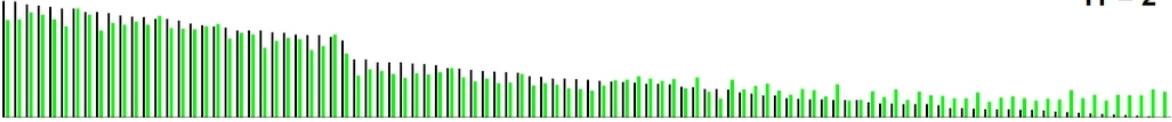
Obrázek 13: Konvergence vah expertů v příkladu s neúplnými portfolii se vynecháním méně výrazných preferencí rovněž zlepšuje.

VÁHY PROJEKTŮ (50% VYNECHANÝCH PREFERENCÍ)

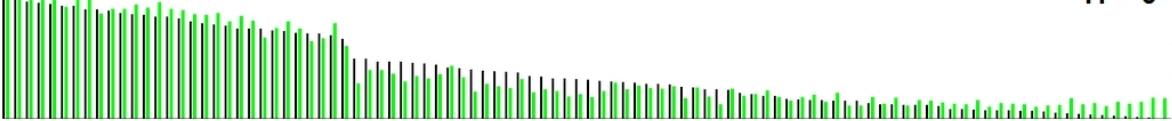
IT = 1



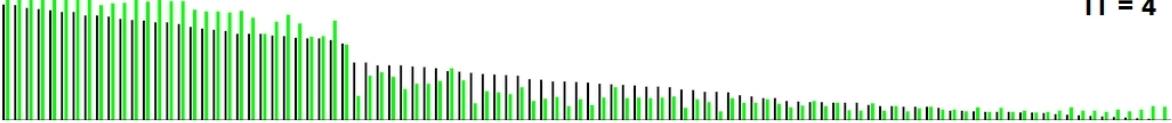
IT = 2



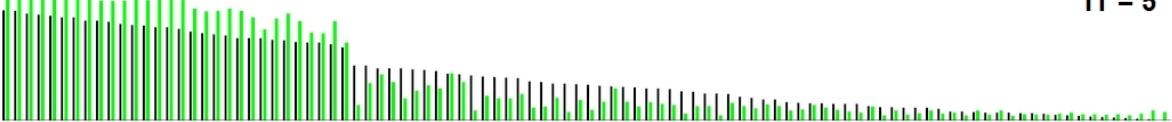
IT = 3



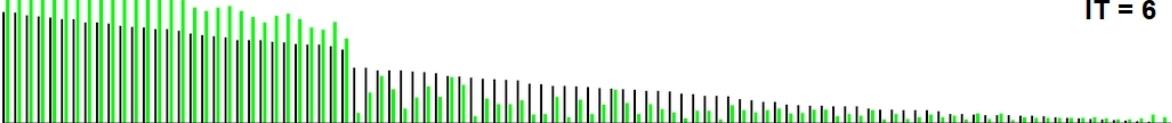
IT = 4



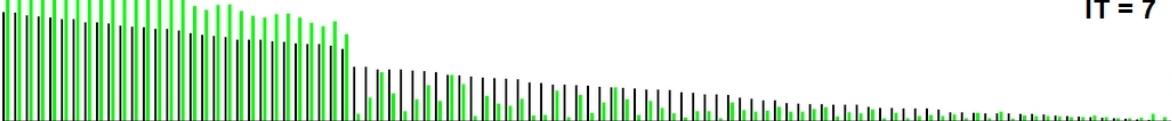
IT = 5



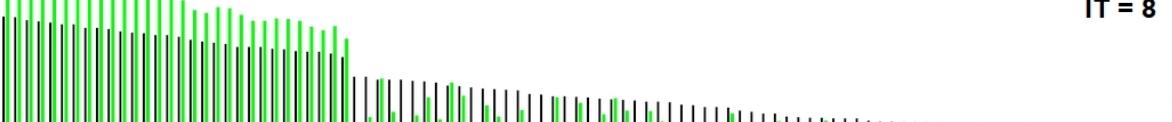
IT = 6



IT = 7



IT = 8



IT = 9

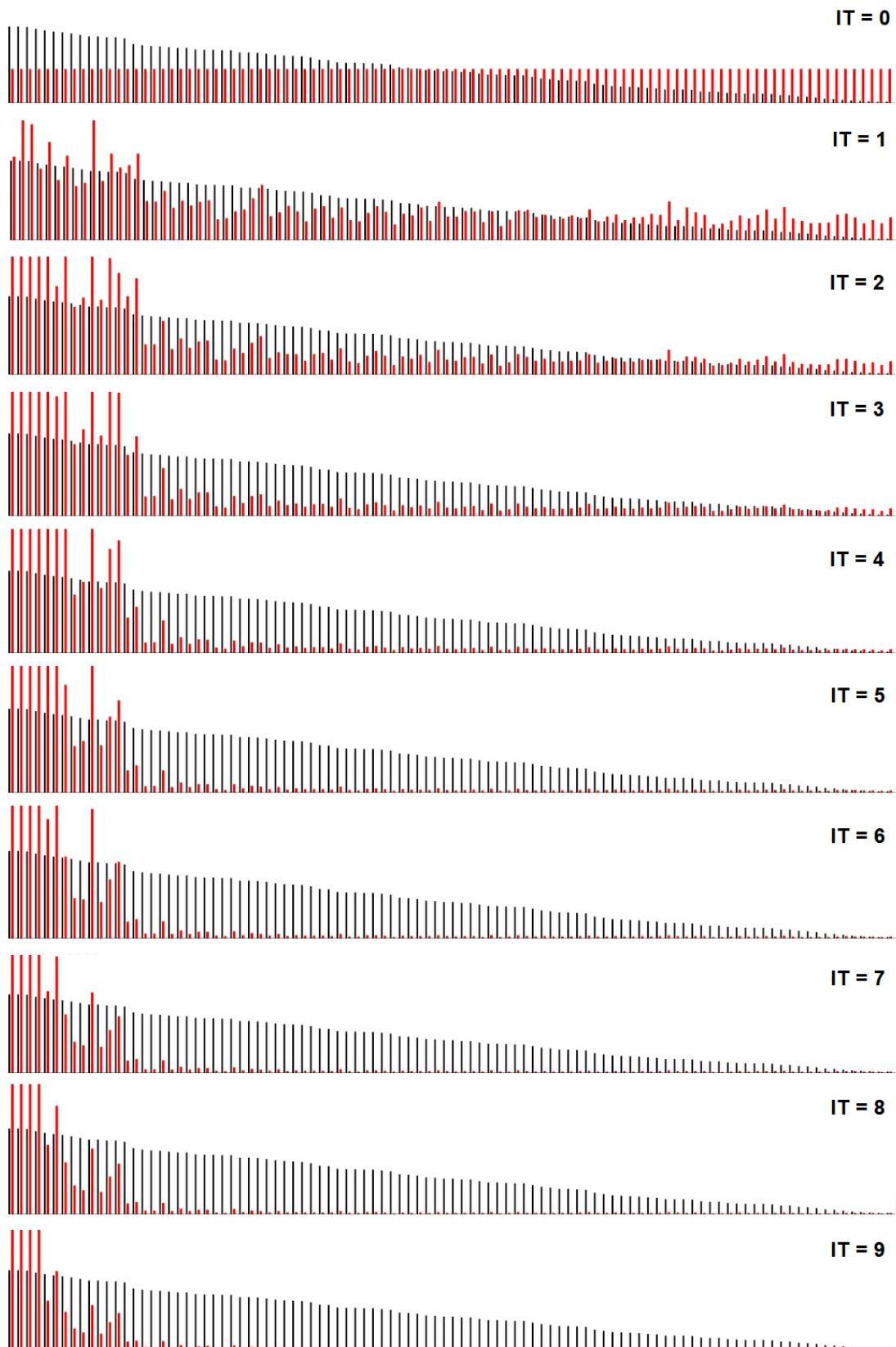


IT = 10



Obrázek 14: Konvergence vah projektů v příkladu s neúplnými portfoliemi se vynecháním 50% méně výrazných preferencí podstatně zlepšuje.

HLASOVACÍ VÁHY EXPERTŮ (50% VYNECHANÝCH PREFERENCÍ)

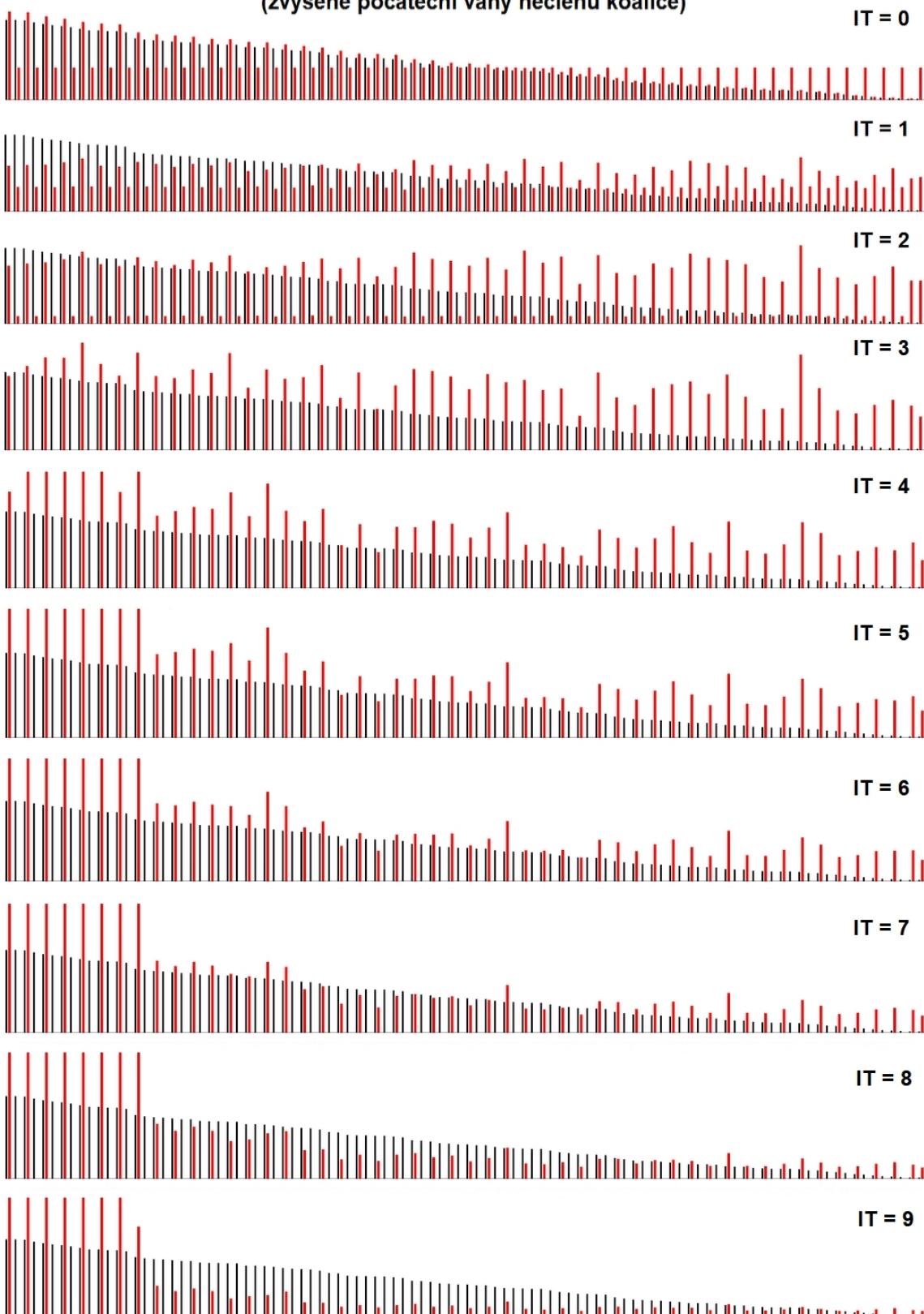


Obrázek 15: Konvergencie hlasovacích vah expertov v príklade s neúplnými portfoliami se vynecháním 50% méně výrazných preferencií podstatne urychljuje.

HLASOVACÍ VÁHY ÚČELOVÉ KOALICE (49 EXPERTŮ)

(zvýšené počáteční váhy nečlenů koalice)

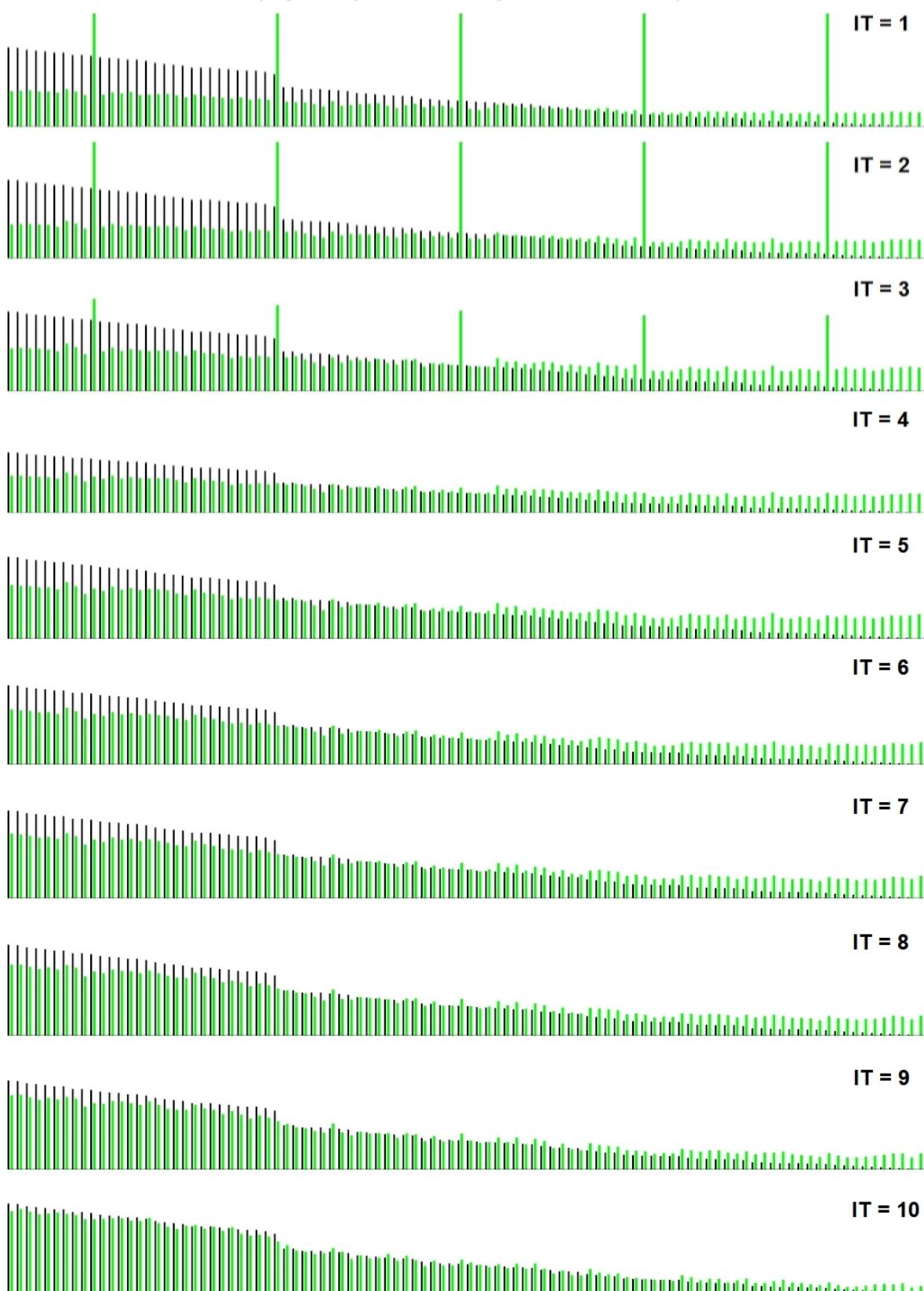
IT = 0



Obrázek 16: Váhy expertů v příkladu s účelovou koalicí 49 expertů. Počáteční váhy expertů mimo účelovou koalici jsou mírně zvýšené, váhy členů koalice ($m=2,4,6,\dots,96,98$) jsou potlačené již od třetí iterace.

VÁHY PROJEKTŮ (ÚČELOVÁ KOALICE - 49 EXPERTŮ)

(zvýšené počáteční váhy nečlenů koalice)



Obrázek 17: Váhy projektů v příkladu s účelovou koalicí 49 expertů. Počáteční váhy expertů mimo účelovou koalici jsou mírně zvýšené. Váhy podporovaných projektů jsou potlačeny již od čtvrté iterace.

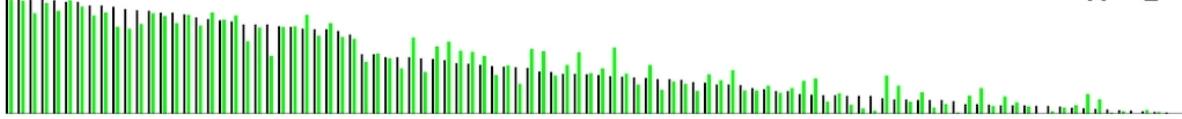
KONVERGENCE VAH PROJEKTŮ A HLASOVACÍCH VAH

(binární hlasovací portfolia)

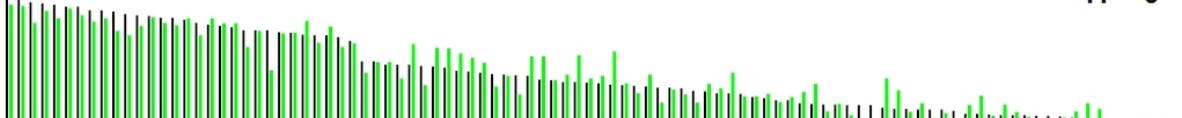
IT = 1



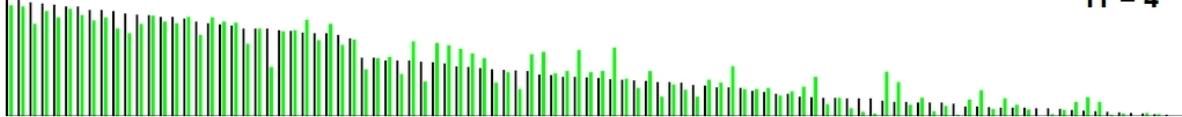
IT = 2



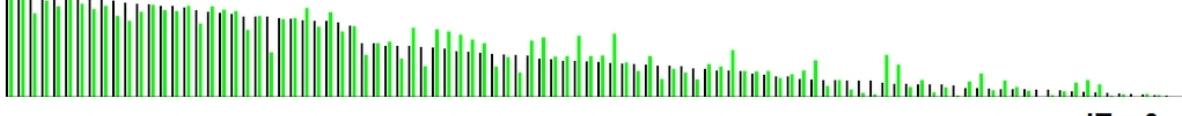
IT = 3



IT = 4



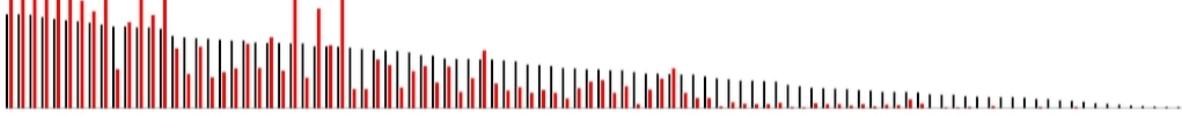
IT = 5



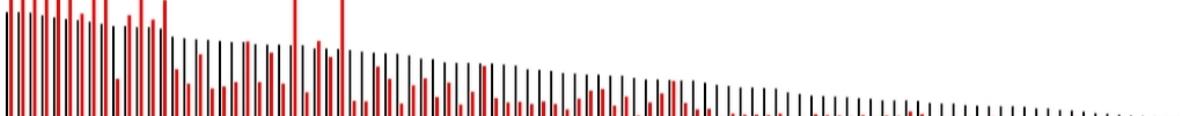
IT = 0



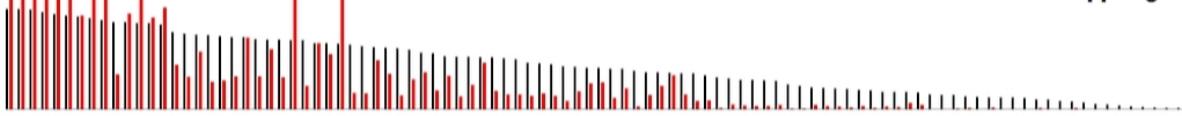
IT = 1



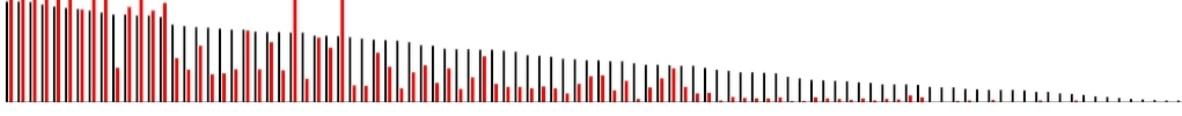
IT = 2



IT = 3



IT = 4



Obrázek 18: Konvergencie vah projektov a hlasovacích vah v príklade s binárními hlasovacími portfolii. Binárni portfolia urychlujú konvergenciu, ale obsahujú méně informácií. Menej informatívne portfolia zpôsobujú náhodné odchylinky výsledných vah.