Prediktivní řízení pro mechatronické systémy

Autor: Belda Květoslav, Böhm Josef (Ústav teorie informace a automatizace, AV ČR Praha)
Rubrika: Teorie řízení, **Téma:** Řídicí systémy

Mechatronické systémy jsou neodmyslitelnou součástí průmyslové produkce. Jak už z jejich názvu vyplývá, jsou tvořeny mechanickými prvky (mechanismy) a prvky elektrickými (poháněcí, monitorující a řídicí prvky); tj. jde o kombinaci mechaniky, eletroniky a softwarových algoritmů. Důležitou otázkou je návrh řízení pro tyto systémy. Jednou z možností, jak mechatronické systémy řídit, je použití modelově orientovaného řízení, jež nabízí řešení na globální (centralizované) úrovni celého řízeného systému. Mezi oblíbené modelově orientované strategie řízení patří Prediktivní řízení, které bude představeno v tomto článku. Prediktivní řízení je vícekroková strategie řízení, která je založena na dvou hlavních částech. První částí je predikce očekávaných budoucích výstupů systému pomocí modelu systému a druhou částí je minimalizace kvadratického kritéria, kde jsou predikce zahrnuty. Článek nastíní diskrétní realizaci Prediktivního řízení: postup sestavení predikčních rovnic, jež předurčují polohový nebo přírůstkový charakter řízení a dále představí princip minimalizace kvadratického kritéria v odmocninové formě.

Klíčová slova: Prediktivní řízení, mechatronické systémy, modelově orientované řízení, řízení v reálném času

Mechatronic systems are inherent part of industrial production. As follows from terminology, they are composed of mechanical elements (mechanisms) and electrical elements (drive, monitoring and control elements); i.e. they represent combination of mechanics, electronics and software algorithms. Important question is control design for such systems. One of the possibilities, how to control mechatronic system, is model-based control, which offers solution on global (centralized) level of whole controlled system. Among popular model-based control strategies, Predictive control belongs. It will be introduced in this paper. Predictive control is a multi-step control strategy, which is based on two main parts. The first part is a prediction of future expected system outputs by model of the system and the second part is a minimization of quadratic criterion, where the prediction is involved. The paper outlines discrete realization of Predictive control: composition of equations of predictions that predetermine positional or incremental character of control, and the principle of minimization of quadratic criterion in square-root form.

Keywords: Predictive control, Mechatronic systems, Model-based control, Real-time control

Úvod

Neustálý růst průmyslové produkce kladoucí požadavky na produktivitu a kvalitu vyžaduje současný vývoj nových řídicích strategií pro používané výrobní prostředky. Tyto prostředky se obvykle skládají z mechanických prvků (mechanismů), a dále z většinou elektrických prvků poháněcích (aktuátory, pohony), monitorujících (čidla, senzory) a řídicích (softwarové reprezentace řídicích algoritmů). Jednotlivé časti prostředků představují propojení mechaniky a elektroniky, a lze je označit jako mechatronické systémy, jimiž se zabývá meziobor mechatronika. Příkladem mechatronických systémů mohou být různorodé robotické aplikace od jednoduchých manipulátorů až po složitá robotická obráběcí centra.

Hlavním cílem řízení je ve velké míře vykonávání předem definovaného pohybu nebo stabilizace v určitém pracovním bodu. Otázkou je, jak dosáhnout takového cíle. Jedna ze slibných možností je použití modelově orientovaného řízení. Mezi oblíbené modelově orientované strategie řízení v posledních deseti letech patří Prediktivní řízení [1]. Tato strategie nabízí řadu možností jak co do použití různých forem modelů, vstupně výstupních nebo stavových, ať už získaných z matematicko-fyzikální analýzy nebo z průběžné experimentální identifikace, tak co do formování různých požadavků na řízení včetně řešení otázek omezení jak na akční zásahy vstupující do systému tak i na výstupní veličiny tohoto systému.

Pro praktickou realizaci jsou vhodné diskrétní modely. Diskrétní realizace přirozeně využívá výhod výpočetní techniky a dalších prostředků automatického řízení (např. různé číslicové převodníky, digitální čidla atd.) a přirozeně zajišťuje čas pro výpočet řízení v reálném času. Samotná práce s vlastním regulátorem s prediktivním algoritmem není obtížná i při složitějších požadavcích. Uživatel nastavuje obecně pouze několik parametrů, které se odvíjí od řádu řízeného systému (horizonty predikce) a od požadavku na tuhost regulátoru (penalizační matice vstupů, resp. poměr penalizací vstupů a výstupů).

Přehled používaných modelů

Jak už bylo zmíněno, Prediktivní řízení není svázáno s jedinou formou modelu [1], dokonce model může být reprezentován neuronovou sítí, která zajišťuje predikce výstupů. Mezi standardní, běžně používané diskrétní modely patří ARX model (autoregresní model s vnějším vstupem)

$$y(k)=\sum_{i=1}^{n} b_i\,u(k-i)-\sum_{i=1}^{n} a_i\,y(k-i)+e(k) \tag{1}$$

kde n reprezentuje řád systému; $y(\cdot)$ a $u(\cdot)$ jsou hodnoty jeho výstupu a vstupu a $e(k)$ je chyba, resp. šum měření výstupu $y(k)$. Koeficienty b_i a a_i jsou parametry modelu. Tento model je určen pro systémy s jedním vstupem a s jedním výstupem (SISO systems), ale může sloužit i pro vícerozměrové systémy (MIMO systems)

$$\mathbf{y}(k)=\sum_{i=1}^{n}\mathbf{B}_i\,\mathbf{u}(k-i)-\sum_{i=1}^{n}\mathbf{A}_i\,\mathbf{y}(k-i)+\mathbf{e}(k) \tag{2}$$

kde n stále vyjadřuje řád řízeného systému; $\mathbf{u}(\cdot)$ a $\mathbf{y}(\cdot)$ jsou vektory hodnot nu vstupů a ny výstupů systému, tj.

$$\mathbf{u}(k-i)=[u_1(k-i),\cdots,u_{nu}(k-i)]^T,\quad \mathbf{y}(k-i)=[y_1(k-i),\cdots,y_{ny}(k-i)]^T \tag{3}$$

a $\mathbf{e}(k)$ je ny dimenzionální vektor šumu měřených výstupů $\mathbf{y}(k)$. Parametry modelu jsou v maticích $\mathbf{B}_i$ a $\mathbf{A}_i$

$$\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} b_i^{11} & \cdots & b_i^{1\,nu} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_i^{ny\,1} & \cdots & b_i^{ny\,nu} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} a_i^{11} & \cdots & a_i^{1\,ny} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_i^{ny\,1} & \cdots & a_i^{ny\,ny} \end{bmatrix} \tag{4}$$

ARX model reprezentuje vstupně výstupní formu modelu. U Prediktivního řízení lze použít dále stavový model (např. nějakou jeho kanonickou formu [2] pro jednoznačnost; to však není podmínkou), který je výhodný hlavně pro rozsáhlejší vícerozměrové systémy (MIMO systems) i třeba s různým počtem vstupů a výstupů.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}\,\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}\,\mathbf{x}(k) \end{aligned} \tag{5}$$

Většinou se stavový model (5) sestavuje jako model s minimálním stavem; tj. stavový vektor $\mathbf{x}(k+1)$ obsahuje jen nezbytný počet stavových proměnných vyplývající z řádu systému. Někdy je však výhodné použít i tzv. pseudostavový model s neminimálním stavem [6], který lze sestavit z parametrů ARX modelu. Pseudostavový model s neminimálním stavem (6) má shodný tvar modelu s minimálním stavem (5), tj.

$$\begin{aligned} \widetilde{\mathbf{x}}(k+1) &= \widetilde{\mathbf{A}}\,\widetilde{\mathbf{x}}(k) + \widetilde{\mathbf{B}}\mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= \widetilde{\mathbf{C}}\,\widetilde{\mathbf{x}}(k) \end{aligned} \tag{6}$$

Liší se však obsah jeho prvků. Např. pro obecný vícerozměrový systém popsaný modelem (2) s označením $r_{u1} = nu\,(n-1)$, $r_{u2} = nu\,(n-2)$, $r_{y0} = ny\,n$, $r_{y1} = ny\,(n-1)$ je obsah prvků modelu (6) – neminimálního stavu $\widetilde{\mathbf{x}}(k)$ a matic parametrů $\widetilde{\mathbf{A}}(r_{u1}+r_{y0})$, $\widetilde{\mathbf{B}}(r_{u1}+r_{y0}, nu)$, $\widetilde{\mathbf{C}}(ny, r_{u1}+r_{y0})$ – následující:

$$\widetilde{\mathbf{x}}(k) = [\mathbf{u}(k-1)^T, \cdots, \mathbf{u}(k-n+1)^T, \mathbf{y}(k)^T, \cdots, \mathbf{y}(k-n+1)^T]^T$$

$$\widetilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}(nu, r_{u1}+r_{y0}) \\ \mathbf{I}(r_{u2}), \mathbf{0}(r_{u2}, nu+r_{y0}) \\ \mathbf{B}_2, \cdots, \mathbf{B}_n, -\mathbf{A}_1, \cdots, -\mathbf{A}_n \\ \mathbf{0}(r_{y1}, r_{u1}), \mathbf{I}(r_{y1}), \mathbf{0}(r_{y1}, ny) \end{bmatrix}, \quad \widetilde{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}(nu) \\ \mathbf{0}(r_{u2}, nu) \\ \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{0}(r_{y1}, nu) \end{bmatrix}$$

$$\widetilde{\mathbf{C}} = [\mathbf{0}(ny, r_{u1}), \mathbf{I}(ny), \mathbf{0}(ny, r_{y1})] \tag{7}$$

Kde matice $\mathbf{I}(\cdot,\cdot)$ a $\mathbf{0}(\cdot,\cdot)$ reprezentují jednotkové matice a matice nul příslušných řádů a typů udaných v závorkách.
Pseudostavový model (6) se používá, když uživatel chce použít stavový algoritmus prediktivního regulátoru, aniž by zaváděl jiné stavové proměnné, než jsou zpožděné vstupy a výstupy. Jak je patrno z výrazů (7), model (6) je jen specificky přeuspořádaný ARX model (2). S pseudostavovým modelem se pracuje stejně, pouze rozměry matic jsou větší. Není potřeba však řešit otázku dostupnosti stavu [8], protože celý stav je znám, neboť obsahuje jen zpožděné vstupy a výstupy.

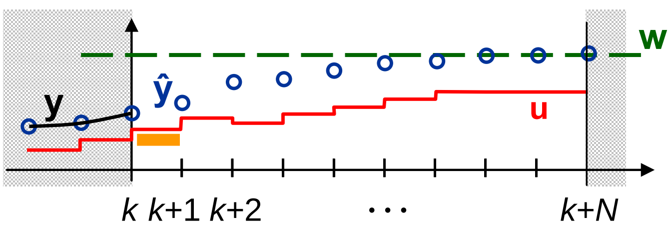
Algoritmy Prediktivního řízení

Jak bylo již zmíněno, Prediktivní řízení je vícekroková strategie řízení, která kombinuje přímovazební a zpětnovazební návrh řízení. Přímovazební část je reprezentována predikcemi založenými na matematickém modelu. Tato část tvoří dominantní složku generovaných akčních zásahů. Zpětná vazba od měřených výstupů slouží pro kompenzaci určitých omezených nepřesností modelu a malých vnějších poruch. Vlastní návrh spočívá v lokální minimalizaci kvadratického kritéria, v němž jsou zahrnuty predikované hodnoty výstupu systému. Tato minimalizace se opakuje v každém časovém kroku.

Predikční rovnice

Predikční rovnice tvoří základ odvození akčních zásahů. Jejich tvar určuje charakter prediktivního algoritmu:
- algoritmy generující celé hodnoty řízení - tzv. celohodnotové, polohové algoritmy,
- algoritmy generující přírůstky řízení - tzv. přírůstkové algoritmy.

Oba typy vedou na opakované dosazování příslušného modelu. Pro příklad, základní algoritmus je sestavován následovně: Vyjdeme-li ze stavového modelu (5), tak tento model mapuje časový interval jedné vzorkovací periody.



Obr. 1 Predikce hodnot výstupů a žádané hodnoty na jejichž základě se generují akční zásahy

Principem predikčních rovnic je vyjádření (predikce) budoucích hodnot výstupů ($\hat{\mathbf{y}}(k+i),\ i=1,2,\cdots,N$) (Obr. 1) z aktuálně naměřeného stavu $\mathbf{x}(k)$ pomocí opakovaného použití stavového modelu (5), jak naznačuje rovnice (8).

$$
\begin{aligned}
\mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}\ \mathbf{x}(k) \\
\hat{\mathbf{x}}(k+1) &= \mathbf{A}\ \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) \\
\hat{\mathbf{y}}(k+1) &= \mathbf{C}\mathbf{A}\ \mathbf{x}(k) + \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u}(k) \\
&\vdots \\
\hat{\mathbf{x}}(k+N) &= \mathbf{A}^N \mathbf{x}(k) + \mathbf{A}^{N-1}\mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \cdots + \mathbf{B}\mathbf{u}(k+N-1) \\
\hat{\mathbf{y}}(k+N) &= \mathbf{C}\mathbf{A}^N \mathbf{x}(k) + \mathbf{C}\mathbf{A}^{N-1}\mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \cdots + \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u}(k+N-1)
\end{aligned}
\tag{8}
$$

Rovnice (8) může být s výhodou zapsána maticovým zápisem:

$$
\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{f} + \mathbf{G}\,\mathbf{u} \tag{9}
$$

kde obsah prvků $\hat{\mathbf{y}}$, $\mathbf{u}$, $\mathbf{f}$ a $\mathbf{G}$ je definován takto

$$
\hat{\mathbf{y}} = [\hat{\mathbf{y}}(k+1)^T_,\ \hat{\mathbf{y}}(k+2)^T_,\ \cdots,\ \hat{\mathbf{y}}(k+N)^T]^T
$$

$$
\mathbf{u} = [\mathbf{u}(k)^T_,\ \mathbf{u}(k+1)^T_,\ \cdots,\mathbf{u}(k+N-1)^T]^T
$$

$$
\mathbf{f} = \begin{bmatrix} \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^N \end{bmatrix} \mathbf{x}(k), \qquad
\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}\ \ \mathbf{B} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{CA}\ \ \mathbf{B} & \mathbf{C}\ \ \mathbf{B} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{CA}^{N-1}\mathbf{B} & \mathbf{CA}^{N-2}\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{CB} \end{bmatrix} \tag{10}
$$

Minimalizace kvadratického kritéria
Zbývající důležitou částí prediktivního návrhu je minimalizace kvadratického kritéria. Tato část generuje reálné řídicí zásahy. Kvadratické kritérium je obvykle vyjádřeno výrazem (11)

$$
J_k = \sum_{j=k+No+1}^{k+N} \left\{ \left(\hat{\mathbf{y}}_j - \mathbf{w}_j\right)^T \overline{\mathbf{Q}}_{\mathbf{y}} \left(\hat{\mathbf{y}}_j - \mathbf{w}_j\right) \right\} + \sum_{j=k+1}^{k+Nu} \left\{ \mathbf{u}_{j-1}^T\, \overline{\mathbf{Q}}_{\mathbf{u}}\, \mathbf{u}_{j-1} \right\} \tag{11}
$$

kde N, No a Nu jsou horizonty predikce, počáteční necitlivosti a řízení; $\overline{\mathbf{Q}}_{\mathbf{y}}$ a $\overline{\mathbf{Q}}_{\mathbf{u}}$ jsou penalizace příslušných členů kritéria, jež bývají často nahrazeny jedinou diagonální poměrovou penalizací $\boldsymbol{\lambda}$ (tj. $\overline{\mathbf{Q}}_{\mathbf{y}} = \mathbf{1}$, $\overline{\mathbf{Q}}_{\mathbf{u}} = \boldsymbol{\lambda}$); a $\mathbf{w}_{k+j}$ jsou žádané hodnoty.
Pro reálnou implementaci prediktivního řízení lze použít odmocninového přístupu [3, 4]. Výhodou přístupu je jeho matematická přímočarost a stabilita i v případech, kdy matice nejsou regulární, nebo obsahují závislé sloupce v případech různých počtů vstupů a výstupů řízeného systému.
Pro použití odmocninového přístupu se kritérium (11) upraví do maticového zápisu (12)

$$
J_k = [(\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w})^T_,\ \mathbf{u}^T] \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{\mathbf{y}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{\mathbf{u}} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{\mathbf{y}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{\mathbf{u}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} \tag{12}
$$

Z něj postačí pro minimalizaci použít jen např. pravou část s uvážením predikčních rovnic (9), která je zapsána takto

$$
\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{\mathbf{y}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{\mathbf{u}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{\mathbf{y}}\,\mathbf{G} \\ \mathbf{Q}_{\mathbf{u}} \end{bmatrix} \mathbf{u} - \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{\mathbf{y}}\,(\mathbf{w} - \mathbf{f}) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \tag{13}
$$

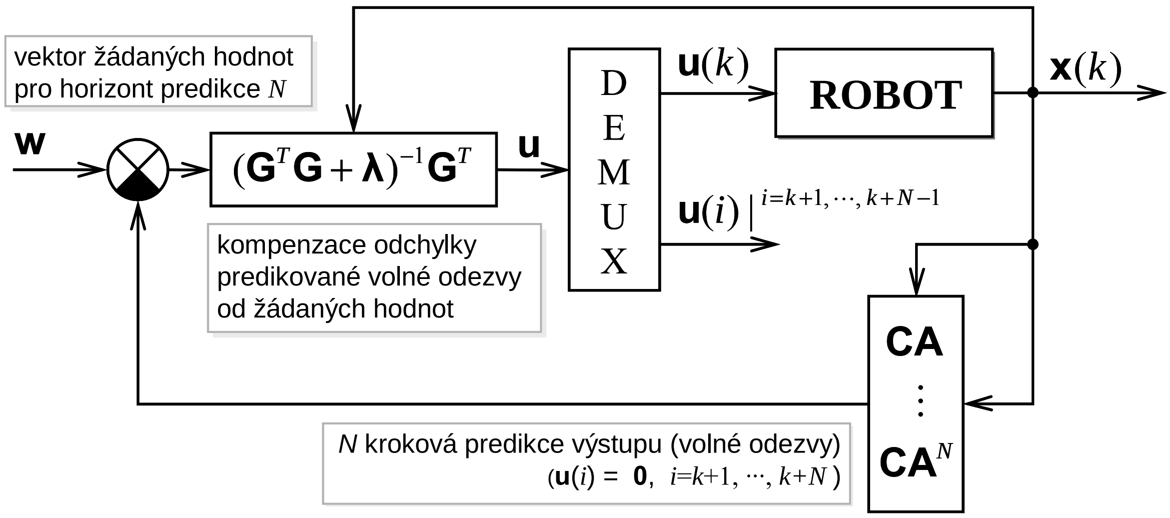
Cílem je najít takový vektor $\mathbf{u}$, který minimalizuje odmocninu (13). V tomto případě minimalizace vede na soustavu algebraických rovnic (14)

$$
\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{\mathbf{y}}\,\mathbf{G} \\ \mathbf{Q}_{\mathbf{u}} \end{bmatrix} \mathbf{u} - \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{\mathbf{y}}\,(\mathbf{w} - \mathbf{f}) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} &= \mathbf{0} \\
\mathbf{A}\quad \mathbf{u} - \qquad \mathbf{b} \qquad &= \mathbf{0}
\end{aligned}
\tag{14}
$$

na níž se aplikuje ortogonální trojúhelníková dekompozice (tzv. QR-rozklad) [5]. Ta redukuje přebytek řádků matice $\mathbf{A}$ a prvky vektoru $\mathbf{b}$ na horní trojúhelníkovou matici $\mathbf{R}$ a vektor $\mathbf{c}$

$$
\begin{aligned}
\mathbf{Au} &= \mathbf{b} \qquad / \times \mathbf{Q}^T \\
\mathbf{Ru} &= \mathbf{c}
\end{aligned}
\tag{15}
$$

Neznámé řídicí zásahy se určí zpětným během, protože $\mathbf{R}$ je horní trojúhelníková matice. Ze získaného vektoru $\mathbf{u}$, který představuje hodnoty akčních zásahů pro celý horizont N, se použijí jen první příslušné zásahy pro řízení. Popsaný postup se opakuje v každém časovém kroku. Ideové schéma regulačního obvodu s Prediktivním řízením je znázorněno na Obr. 2.



Obr. 2 Ideové schéma regulačního obvodu s Prediktivním řízením

Na Obr. 2 je patrné rozdělené použití predikčních rovnic. Část označená jako „volné odezvy" představuje výstupy, které by nastaly, kdyby od začátku horizontu predikce byly vstupy systému nastaveny na nulu. Hodnoty výstupů z volné odezvy jsou porovnány se žádanými hodnotami a pomocí části závislé na hodnotách vstupů se z nich získají hledané akční zásahy. Obr. 2 představuje přímé analytické řešení, jež však pro praktické použití není vhodné. Při řešení úloh omezení se minimalizace provádí pomocí kvadratického programování nebo pomocí volných parametrů u systémů s více vstupy než výstupy.

Závěr

Prediktivní řízení představuje výkonnou strategii modelově orientovaného řízení, která nabízí řadu možností, jak dosáhnout požadovaného řídicího pochodu při minimálních požadavcích na uživatele. Toto řízení klade však důraz na použití poměrně přesného modelu řízeného systému. Popsané principy prediktivních algoritmů byly úspěšně odzkoušeny a používány jak pro jednoduché laboratorní modely typu kulička na tyči [9], tak i pro složitější robotické systémy založené na paralelní kinematice popsané nelineárními diferenciálními rovnicemi [7].

Výzkum v prezentované oblasti Prediktivního řízení je podporován Grantovou agenturou České republiky prostřednictvím grantů (102/06/P275, 2006/08) 'Modelově orientované řízení mechatronických soustav pro robotiku' a (102/05/0271, 2005/07) 'Metody Prediktivního řízení, Algoritmy a Implementace'.

LITERATURA

[1] ORDYS, A.- CLARKE, D.: A state – Space Description for GPC Controllers. *INT. J. Systems SCI.*, 1993, Vol. 24, No. 9, pp. 1727-1744.

[2] ŠULC, B.: *Teorie automatického řízení.* (skriptum). Praha: Vydavatelsví ČVUT v Praze, 1999.

[3] BELDA, K.: *Control of Redundant Parallel Structures of Robotic Systems. Dissertation*. ČVUT FS, Praha 2002, 95 pp.

[4] LAWSON, Ch. J. - HANSON, R. J.: *Solving Least Square Problems.* Prentice - Hall, Inc. 1974.

[5] GOLUB, H. G. - LOAN, Van Ch. F.: *Matrix computations.* The Johns Hopkins University Press, 1989.

[6] BOBÁL, V. - BÖHM, J. - PROKOP, R. – FESSL, J.: *Praktické aspekty samočinně se nastavujících regulátorů: algoritmy a implementace*. Vysoké učení technické v Brně 1999.

[7] BELDA, K. - BÖHM, J.: *Predictive control of redundant parallel robots and trajectory planning*. In: Proc. of the Parallel Kinematic Machines in Research and Practice. PKS 2006. (Neugebauer R. ed.). IWU, Chemnitz 2006, pp. 497-513.

[8] BELDA, K.: *Control of Parallel Robotic Structures Driven by Electromotors*. Dissertation. ČVUT FEL, Praha 2005, 114 pp.

[9] BELDA, K. – BÖHM, J. et al.: *GPC pages (GPC Toolbox)*. Praha 2005. <http://as.utia.cas.cz/asc/>.