

# Model dopravní mikrooblasti

Jitka Kratochvílová<sup>1,2</sup>, Ivan Nagy<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> ÚTIA AV ČR, P.O. Box 18, 182 08 Praha, Česká Republika, e-mail: school@utia.cas.cz

<sup>2</sup> Fakulta dopravní, ČVUT, 110 00 Praha 1, Konviktská 20, Česká Republika,  
e-mail: jkratoch@utia.cas.cz, nagy@utia.cas.cz

## Abstrakt

V tomto článku je představen nový koncept stavového modelu dopravní mikrooblasti, založený na maximálním využití všech dostupných informací z měřených dopravních dat. Cílem tohoto modelu je odhadovat délky kolon, které se během denního provozu vytvářejí na ramenech světelně řízených křižovatek v důsledku řízení dopravního provozu pomocí světelného signalizačního zařízení. Pokud jsou k dispozici všechna měření, tj. měření všech dopravních charakteristik na všech vjezdech a výjezdech křižovatky, úloha je triviální a model délky kolon jednoduše napočítává ze vstupních a výstupních intenzit. V praxi však nebývá síť potřebných detektorů kompletní, navíc některé dopravní proudy, které mohou dosáhnout významných intenzit, ani nejsou měřitelné (parkování, atd.). Potom model slouží k odhadu těchto kolon. Navržený model a odhadovací algoritmus je v závěru testován pro různé typy poruch, které by mohly reálně nastat a které alespoň částečně ilustrují činnost a efektivnost navrhovaného algoritmu pro odhadování délek kolon na ramenech křižovatky v reálném provozu.

## Klíčová slova

Dopravní mikrooblast, model délky kolon, Kalmanův filtr.

## 1 Úvod

Doprava a dopravní řízení je nedílnou součástí všech větších městech. Kvalita tohoto řízení se odráží v různých činnostech a aktivitách člověka a je jednou z vizitek celkové vyspělosti a kvality dané společnosti. Moderní principy řízení musejí nejen zohledňovat požadavky přímých uživatelů dopravních sítí, ale především také dopady tohoto užívání na účastníky nepřímé a na životní prostředí. Je zřejmé, že negativní dopady dopravy jsou způsobeny kromě jiného především samotnými uživateli (osobní přístup, nevhodný technický stav dopravních vozidel, atd.), ale také technickým stavem dopravní sítě, včetně prostředků jejího řízení.

Aplikací vhodného způsobu řízení světelných křižovatek lze dosáhnout snížení kongescí v dopravních špičkách a tím také snížení doby průjezdu oblastí a ztrátového času v kolonách. To sebou nese výrazný pozitivní dopad na životní prostředí v dané oblasti a kvality každodenního života obyvatel.

V současnosti existuje mnoho řídicích systémů [1], ale zdaleka nebylo dosaženo konečného řešení. Stejně tak, jak postupuje rozvoj techniky a průmyslu, je nutné vyvíjet další, kvalitnější systémy řízení, které by maximálně využívaly všechny dostupné informace a informační prostředky. Vzhledem k tomu, že vlastní povaha dopravy je založena na individuálních vlastnostech a reakcích jednotlivých řidičů, je velmi složité sestavit nějaký obecný algoritmus řízení, který by mohl být

uplatněn kdekoli na světě. Potvrzuje se, že systém řízení, který například velmi dobře funguje v jedné zemi či dokonce pouze v jiném městě, v jiné oblasti selhává.

Cílem článku je shrnout různé obecné poznatky a vytvořit řídicí systém, který by bylo možné jednoduše upravovat z hlediska konfigurace určité dopravní oblasti. Základním principem navrhovaného způsobu řízení je minimalizace ztrátových časů, doby průjezdu oblastí a počtu zastavení během jízdy, která se již tradičně objevuje jako kritérium řízení [2]. Všechny zmiňované kvantitativní a kvalitativní charakteristiky jsou přímo úměrné jedné společné veličině, a tou jsou délky front (kolon vozidel) na ramenech křižovatek [3]. Popisovaný model se tedy zaměřuje právě na stanovení délek kolon a bude sloužit pro návrh řízení, které minimalizuje vážený součet těchto kolon.

## 2 Dopravní data a jejich měření

Základní data, která jsou potřebná pro on-line dopravní řízení, se získávají z dopravních detektorů, umístěných zpravidla přímo ve vozovkách jednotlivých komunikací (např. magnetické smyčky). Pomocí detektorů lze měřit následující dopravní charakteristiky:

**Obsazenost:** určuje relativní dobu aktivace detektoru, tj. poměr doby, po kterou byl detektor vozidly obsazen, k celkové době periody měření; vyjadřuje se v [%].

**Intenzita:** vyjadřuje počet vozidel, které přes daný detektor projedou za určitou časovou jednotku. Tato veličina se vyhodnocuje při každé periodě měření, ale zpravidla se převádí na hodinové intenzity jednotkových vozidel (jvoz), tj. její jednotkou jsou [jvoz/hod].

**Rychlost:** rozlišujeme bodovou nebo úsekovou. Určuje rychlost průjezdu vozidel přes daný detektor, resp. průměrnou rychlost průjezdu určitým úsekem; udává se v [km/hod].

**Hustota:** udává počet vozidel v určitém úseku komunikace [jvoz/km] a významově je tedy velice blízká obsazenosti, zvláště za podmínky nízkých rychlostí (tvorba kolon, kongesce).

Pro křižovatku máme na jednom jejím rameni, resp. jízdním pruhu, k dispozici zpravidla maximálně tři detektory v různých vzdálenostech od stop-čáry. První, pro naše účely ovšem velmi nevhodným, je umístěn přímo *na stop-čáře*. Údaje z tohoto detektoru jsou velmi zkreslené odjezdy vozidel a jejich stáním během červeného světelného signálu a nepřinášejí žádnou informaci o koloně, která se případně na daném jízdním pruhu vytvořila. V praxi se někdy od instalace těchto detektoru upouští.

Další detektor se nachází ve vzdálenosti několika desítek metrů od stop-čáry (cca 25 - 45 metrů). Tyto *vzdálené detektory* jsou zpravidla během dopravních špiček stále "pod kolonou", tj. kolony dosahují trvale délek větších než je vzdálenost detektoru od stop-čáry. Můžeme říci, že tento typ detektoru přímo odráží dynamiku kolony. Obsazenost na těchto detektorech tedy může v určitých denních dobách dosahovat velmi vysokých hodnot. Tyto detektory velice dobře vypovídají o dopravní situaci, nebo-li stavu kolon, ve směru do křižovatky, nelze z nich ovšem jednoznačně určit situaci za detektorem (kolona může trvale přesahovat přes detektor pouze o 1 - 2 vozidla, ale také může dosahovat délek mnohem větších a údaje z detektoru jsou přitom shodné).

Z výše uvedených důvodů se na ramena křižovatek, resp. do mezikřižovatkových úseků umísťují do vzdálenosti několik desítek až sta metrů tzv. *strategické detektory*, ke kterým kolona v průběhu týdne dosahuje pouze po minimální dobu (např. pouze jeden den v týdnu během části ranní špičky). Přes tyto detektory vozidla přejíždějí zpravidla plynule a údaje z detektoru vypovídají velice dobře o skutečné dopravní situaci (dopravním stupni) v dané oblasti.

## 2.1 Vypovídací hodnota měřených dat

Každá z výše uvedených dopravních charakteristik, měřených detektory, má různou vypovídací schopnost vzhledem ke kolonám, které vznikají na ramenech křižovatek v důsledku světelného signalizačního zařízení, resp. červeného signálu.

**Rychlost:** udává, jak rychle se pohybuje kolona (v případě vzdáleného detektoru) nebo jak rychle vozidla do případné kolony najíždějí. Je zřejmé, že zde existuje závislost mezi délkou kolony a rychlostí - jestliže kolona není nebo je pouze velmi krátká, vozidla najíždějí před stop-čáru, resp. přímo do kolony, rychleji než v případě, kdy na rameni je kolona větší. V případě, že kolona přesahuje detektor, rychlost se týká pouze pohybu kolony a nelze jednoznačně určit situaci za detektorem. Z tohoto příkladu je však vidět, že rychlost sama o sobě nevypovídá jednoznačně o reálné situaci. Představme si několik osamocených, pomalu jedoucích vozidel při nízkém provozu a naopak kolonu při provozu vysokém. V obou případech můžeme naměřit stejné hodnoty rychlostí, avšak jak je vidět, dopravní podmínky jsou diametrálně odlišné.

**Intenzita:** vypovídá pouze o "dynamice" kolony v tom smyslu, že z ní lze určit množství vozidel, která do kolony přijíždějí. Z početního hlediska je tedy potřebná, avšak opět sama o sobě jednoznačně nepopisuje danou dopravní situaci. Tato skutečnost je dána nelineárním vztahem mezi intenzitou a hustotou, resp. obsazeností [4]. Při stejné intenzitě mohou nastat dvě odlišné situace - buď je hustota nízká (tedy je nižší stupeň dopravy, intenzita nabývá nízkých hodnot díky nízké poptávce) nebo naopak hustota je vysoká (vyšší stupeň dopravy, intenzita klesá v důsledku tvorby kolon). Nelze tedy pouze z hodnoty intenzity určit, zda je nebo není kolona.

**Hustota:** naopak velmi přesně popisuje stav dopravy. Jestliže vozidla mohou volně projíždět, hustota provozu je nízká a naopak. Dalo by se tedy říci, že tato veličina v sobě kumuluje informace z obou předchozích dopravních charakteristik. Nevýhodou zůstává, že tato charakteristika není běžným výstupem při měření dopravních dat a nelze z ní počítat změny délky kolon.

**Obsazenost:** má obdobný význam jako hustota a navíc je tento údaj standardním výstupem všech detektorů. Čím hustší provoz, tím jsou vozidla nucena pohybovat se nižší rychlostí, intenzita na detektorech klesá. Vozidla se kumulují v kolonách a obsazenost roste. Naopak při volném průjezdu nemusejí vozidla častěji zastavovat a detektory přejíždějí plynule a rychleji - obsazenost klesá. Navíc, při podmínkách saturace či blízkých saturaci, lze považovat vztah mezi obsazeností a délkou kolony za čistě lineární. Z našeho hlediska má tedy obsazenost vysokou vypovídací schopnost o existenci kolon na ramenech křižovatec.

Závěrem lze říci, že pro jednoznačné určení dopravní situace je nutné měřit alespoň dvě charakteristiky - buď dvojici intenzita-rychlost, nebo intenzita-hustota či intenzita-obsazenost. Vzhledem k obvyklým možnostem měření se jako optimální možnost jeví poslední zmiňovaná alternativa.

## 2.2 Rozlišování délky kolony

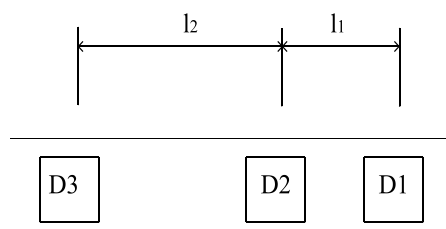
Jak již bylo naznačeno, pouze z jednoho detektoru nelze jednoznačně určit délku kolony bez určité apriorní informace (např. délky kolony v předchozím kroku). Na základě znalosti intenzit a aktuálního nastavení řízení dokážeme velmi dobře určit změnu délky kolony [5], tj.

$$\xi_{t+1} - \xi_t = I_t - P_t, \quad (1)$$

kde

$\xi_{t+1}$	je délka kolony v jednotkových vozidlech v čase $t + 1$ [ $jvoz/T_p$ ],
$I_t$	vstupní intenzita [ $jvoz/T_p$ ];
$P_t$	průjezd (intenzita výjezdu) [ $jvoz/T_p$ ];
$T_p$	perioda vzorkování [hod];
$t$	časový okamžik (perioda).

Nelze ovšem určit absolutní délku kolon bez znalosti počáteční délky kolony. Výpočet bude také selhávat v případě nějaké poruchy měření. Máme-li ovšem k dispozici více detektorů, můžeme pak na základě znalosti vzdáleností jejich umístění alespoň přibližně určit, kam až kolona zasahuje. Představme si následující situaci: máme tři detektory, na stop-čáře, vzdálený a strategický, které jsou od sebe vzdáleny o  $l_1$  a  $l_2$  metrů (viz obr. 1).



**Obr. 1:** Detektory

V takovémto případě mohou nastat následující tři situace:

1. kolona nedosahuje k druhému detektoru;
2. kolona přesahuje za druhý, avšak ne za třetí detektor;
3. kolona přesahuje třetí detektor.

Je zřejmé, že v prvním případě se omejdeme bez zásahů do řízení - kolony jsou velmi malé, aktuální řízení je tedy pro daný vjezd vyhovující. Ke třetí popsané situaci, tj. k přesahu přes strategický detektor, by mělo docházet jen velmi zřídka (viz výše). Tento stav indikuje velmi hustý provoz a zpravidla jakékoliv řídicí zásahy jsou velmi málo účinné (zkrátí-li se zásahem délka kolony, ale přesahuje-li stále přes druhý detektor, dopravní situace se příliš nevylepší). Pokud by tento stav přetrvával delší než obvyklou dobu, je pak nutné řešit jej jako výjimečnou situaci. Nejzajímavější je tedy pro nás situace, kdy se konec kolony pohybuje mezi vzdáleným a strategickým detektorem. Taková situace vyžaduje zásah do stávajícího řízení a je pravděpodobné, že v několika krocích dojde k jejímu zlepšení.

Polohu kolony můžeme určovat právě pomocí obsazenosti, příp. rychlosti. Princip je velmi jednoduchý: obsazenosti se na strategickém a vzdáleném detektoru mohou ve svých hodnotách buď shodovat nebo odlišovat. Pokud se odlišují, pak nutně na vzdáleném detektoru musí být obsazenost vyšší než na následujícím strategickém. K opačnému případu by mohlo dojít pouze za nějaké výjimečné situace (např. překážka na vozovce). Znamená to tedy, že přes strategický detektor vozidla přejíždějí relativně volněji (resp. rychleji) a najíždějí do kolony, v jejímž důsledku se obsazenost na dalším detektoru zvyšuje (resp. rychlost se snižuje). Kolona tedy nepřesahuje za strategický detektor.

Případ, kdy obsazenosti na obou detektorech jsou vyrovnané, indikuje dvě možné situace. V první možné vozidla volně přejíždějí detektory (rychlosti jsou vyšší) a nejsou blokovány stojícími

či popojíždějícími vozidly. Kolony tedy buď vůbec nejsou nebo jsou jen velmi malé a nedosahují ani vzdáleného detektoru. V tomto případě budou hodnoty obsazeností nízké. Jsou-li naopak hodnoty vyrovnané, ale vysoké, pak to znamená, že kolona se vytváří a přesahuje až za strategický detektor. Jak už bylo řečeno, těmto dvěma případům se nebudeme věnovat.

Vztah mezi kolonou a obsazeností tedy budeme, jak už bylo zmíněno, předpokládat lineární:

$$O_{t+1} = \kappa \xi_t + \lambda \quad (2)$$

Snadno určíme konstanty  $\kappa$  a  $\lambda$  podle toho, jaké jsou hodnoty pro zmíněné dvě mezní situace pro oblast našeho zájmu: kolona dosáhne vzdáleného detektoru (ale nepřesáhne jej) a kolona dosáhne strategického detektoru. V první situaci bude kolona délky  $l_1$  v metrech, čemuž odpovídá kolona délky  $n_1$  v jednotkových vozidlech a mezní obsazenost bude  $O_{min}$ . Maximální délka kolony (aby nedošlo k překročení strategického detektoru) je pak  $l_1 + l_2$  v metrech, resp.  $n_1 + n_2$  v jednotkových vozidlech a mezní obsazenost bude  $O_{max}$ . Z toho pro hledaný vztah plyne:

$$O_{t+1} = \frac{O_{max} - O_{min}}{n_2} \xi_t + \frac{n_1 + n_2}{n_2} O_{min} - \frac{n_1}{n_2} O_{max} \quad (3)$$

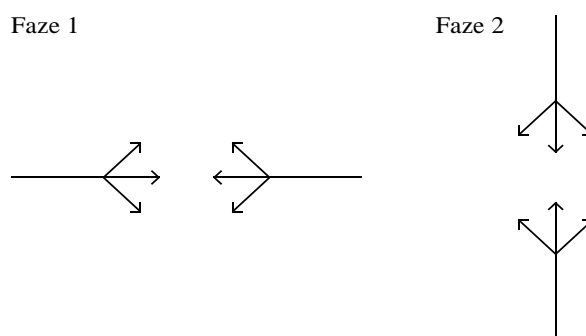
kde

$O_{t+1}$	je obsazenost;
$\xi_t$	délka kolony;
$O_{max}, O_{min}$	mezní hodnoty obsazeností;
$n_1, n_2$	mezní hodnoty délek kolon;
$t$	časový okamžik (perioda).

V tomto článku prozatím považujeme koeficienty  $\kappa$  a  $\lambda$  za známé a konstantní v čase. V případě nutnosti je však možné oba parametry buď průběžně měnit, nebo dokonce odhadovat.

### 3 Stavový model

Jako základní stavové veličiny, které jednoznačně určují aktuální dopravní situaci v daném čase na křižovatce, budeme uvažovat *délku kolony* a *obsazenost* v daném časovém okamžiku  $t$ , a to pro každé rameno, resp. vjezd křižovatky. Pro jednoduchost bude stavový model odvozen nejprve pro jednodušší typ křižovatky: uvažujme čtyřramennou křižovatku, jejíž každý ze čtyř vjezdů je tvořen pouze jedním řadícím pruhem, povolené jsou všechny směry jízdy. Dále budeme uvažovat, že signální plán je sestaven pro dvě fáze (viz obr. 2). Ramena budeme označovat číslicemi 1 - 4 zleva proti směru hodinových ručiček.



Obr. 2: Schéma fází

### 3.1 Podmínky průjezdu

Velikost průjezdu z daného ramene za periodu vzorkování je závislá na vstupní intenzitě ramene, příp. také na stávající koloně vozidel vytvářející se v důsledku SSZ (světelného signálního zařízení), které omezuje maximální počet projetých vozidel hodnotou kapacity daného ramene, potažmo kapacitou celé křižovatky. Víme, že kapacita ramene je závislá na *stavební úpravě* křižovatky (tj. na velikosti saturovaného toku) a na *aktuálním řízení* nebo-li na podílu doby zelené [4]. V našem případě mohou v zásadě nastat pouze tyto případy:

1. *kolona i příjezdová intenzita je "dostatečně malá"*; tento případ nastane, když na rameni, přiléhajícím k řízené křižovatce, je na začátku doby cyklu žádná nebo dostatečně krátká kolona a současně příjezdová intenzita je nízká, takže všechna vozidla mohou během tohoto cyklu bezpečně projet křižovatkou. Logickým důsledkem tohoto stavu je to, že na konci cyklu, resp. na začátku červeného signálu pro danou fázi nebude na rameni zaznamenána kolona stojících vozidel, čekajících na další zelenou. Velikost tohoto průjezdu a podmínka, při které nastává, lze zapsat takto:

$$I_{i;t}z_{i;t} + \xi_{i;t} \leq K_{i;t} = S_i z_{i;t} \quad \Rightarrow \quad P_{i;j;t} = \alpha_{ij}(I_{i;t}z_{i;t} + \xi_{i;t}), \quad (4)$$

kde

$I_{i;t}$	je vstupní intenzita na rameni $i$ v čase $t$ , $[jvoz/T_p]$ ;
$z_{i;t}$	relativní zelená pro rameno $i$ v čase $t$ ;
$\xi_{i;t}$	délka kolony na konci předchozího okamžiku na rameni $i$ , $[jvoz/T_p]$ ;
$K_{i;t}$	kapacita ramene $i$ v čase $t$ $[jvoz/T_p]$ ;
$S_i$	saturovaný tok vjezdu na rameni $i$ $[jvoz/T_p]$ ;
$P_{i;j;t}$	průjezd křižovatkou z ramene $i$ do ramene $j$ v čase $t$ $[jvoz/T_p]$ ;
$\alpha_{ij}$	směrový koeficient, tj. poměr vozidel odbočujících z ramene $i$ do ramene $j$ .

2. *kolona nebo příjezdová intenzita je "příliš velká"*; tato situace může nastat buď tak, že stávající kolona vozidel je natolik velká, že neumožní projetí všem vozidlům v jednom cyklu, nebo kolona je sice malá či dokonce nulová, avšak intenzita na vstupu je příliš vysoká, aby všechna příjezdová vozidla stačila projet na jeden cyklus. Logickým důsledkem této situace je tvorba kolon a následný cyklus, resp. červený signál vždy začíná s nenulovou kolonou na stop-čáře. Velikost tohoto průjezdu a podmínka, při které nastává, lze zapsat následovně:

$$I_{i;t}z_{i;t} + \xi_{i;t} > K_{i;t} = S_i z_{i;t} \quad \Rightarrow \quad P_{i;j;t} = \alpha_{ij}K_{i;t}. \quad (5)$$

### 3.2 Indikátor kolony

Jak je patrné z předchozího odstavce, průjezd závisí na velikosti aktuální vstupní intenzity a na délce kolony v předchozím kroku. Zavedeme proto indikátor existence kolony, resp. indikátor typu průjezdu v závislosti na vstupních podmínkách. Tento indikátor prakticky říká, zda v následujícím kroku na daném rameni zůstane na konci zelené, resp. periody kolona či ne. Indikátor zavedeme formou obecné  $\delta$ -funkce:

$$\delta_{i;t} = \begin{cases} 1 & \text{rameno } i \text{ splňuje podmínku (5) pro "velký" vstup} \\ 0 & \text{jinak} \end{cases} \quad (6)$$

Po zavedení tohoto indikátoru pak lze průjezd křižovatkou z daného ramene  $i$  do ramene  $j$  vyčíslit následovně:

$$P_{ij;t} = \alpha_{ij}[(1 - \delta_{i;t})(I_{i;t}z_{i;t} + \xi_{i;t}) + \delta_{i;t}K_{ij;t}]. \quad (7)$$

Celkový počet vozidel, která za danou periodu projedou z určitého ramene  $i$ , tj. do všech zbývajících, pak vyčíslíme takto:

$$P_{i;t} = \sum_j \alpha_{ij}[(1 - \delta_{i;t})(I_{i;t}z_{i;t} + \xi_{i;t}) + \delta_{i;t}K_{ij;t}]. \quad (8)$$

Vzhledem k tomu, že  $\sum_j \alpha_{ij} = 1$ , pak lze rovnici (9) přepsat takto:

$$P_{i;t} = (1 - \delta_{i;t})(I_{i;t}z_{i;t} + \xi_{i;t}) + \delta_{i;t}K_{i;t}, \quad (9)$$

kde

$$K_{i;t} = \sum_j \alpha_{ij}K_{ij;t} = \sum_j \alpha_{ij}S_{ij}z_{i;t} \quad \text{je celková kapacita vjezdu.}$$

### 3.3 Stavová rovnice

V úvodu této kapitoly bylo řečeno, že stav křižovatky bude tvořen délkami kolon a obsazenostmi, tj.

$$x_t = [\xi_{1;t}; O_{1;t}; \xi_{2;t}; O_{2;t}; \xi_{3;t}; O_{3;t}; \xi_{4;t}; O_{4;t}]'. \quad (10)$$

Tedy výsledný stavový vektor je vyskládáván po křižovatkách a po jejich jednotlivých ramenech. Pro sestavení stavové rovnice použijeme parciální rovnice (1), (2), resp. (3), a (9), s menšími úpravami. Po dosazení dostáváme výsledné základní rovnice, platné pro každé rameno křižovatky:

$$\begin{aligned} \xi_{i;t+1} &= \delta_{i;t}\xi_{i;t} - [(1 - \delta_{i;t})I_{i;t} + \delta_{i;t}S_{i;t}]z_{i;t} + I_{i;t} \\ O_{i;t+1} &= \kappa_{i;t}\xi_{i;t} + \beta_{i;t}O_{i;t} + \lambda_{i;t} \end{aligned} \quad (11)$$

Povšimněme si, že pro  $\delta_{i;t} = 0$  dostáváme pro délku kolony vztah  $\xi_{i;t+1} = (1 - z_{i;t})I_{i;t}$ , který přesně odpovídá tomu, že při "malém" vstupu (viz (4)) se kolony tvoří pouze v průběhu červeného signálu a mezičasů, tj. během doby  $1 - z_{i;t}$ . Aplikací rovnic (11) na každé rameno křižovatky pak lze odvodit následující maticovou stavovou rovnici pro celou křižovátku:

$$x_{t+1} = A_t x_t + B_t z_t + F_t + e_t, \quad (12)$$

kde

$$A_t = \begin{bmatrix} \delta_{1;t} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \kappa_{1;t} & \beta_{1;t} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{2;t} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_{2;t} & \beta_{2;t} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_{3;t} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \kappa_{3;t} & \beta_{3;t} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_{4;t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \kappa_{4;t} & \beta_{4;t} \end{bmatrix};$$

$$B_t = - \begin{bmatrix} b(1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b(2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b(3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b(4) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad b(j) = (1 - \delta_{j;t})I_{j;t} - \delta_{j;t}S_j \quad \text{pro } k = 0, 1, 2;$$

$$z_t = [z_{1;t}; z_{2;t}; z_{3;t}; z_{4;t}]' \text{ je vektor relativních zelených (řazeno po ramenech);}$$

$$F_t = [I_{1;t}; \lambda_{1;t}; I_{2;t}; \lambda_{2;t}; I_{3;t}; \lambda_{3;t}; I_{4;t}; \lambda_{4;t}]'; \quad (13)$$

$$e_t \quad \text{je šum procesu.}$$

Matice  $B$  má v našem případě (viz úvod kapitoly 3), kdy v první fázi jedou pouze vjezdy ramen 1 a 3 a ve druhé pak zbývající 2 a 4, nenulové prvky na lichých řádcích (tj. na pozici kolon) a sloupcích dle příslušné doby zelené. První sloupec tedy naznačuje, která ramena jsou při ní aktivní, analogicky je to i s druhým sloupcem. Jestliže některé vjezdy ramen budou mít zelenou ve více fázích, pak se na příslušném řádku v odpovídajícím sloupci objeví další nenulový prvek. První sčítanec výrazu bude vždy stejný, ve druhém se bude obměňovat saturovaný tok pro daný směr jízdy. Vzhledem k uvažované situaci vyplývá, že  $z_{1;t} = z_{3;t}$  a současně  $z_{2;t} = z_{4;t}$ .

### 3.4 Výstupní rovnice

Pro daný model křižovatky uvažujeme použití Kalmanova filtru [6], který by měl provádět korekci odhadnutých stavových veličin. Ve výstupu tedy musíme soustředit všechny veličiny, které je možné měřit a porovnávat s modelovanými hodnotami. Víme, že v současnosti neexistují na křižovatkách prostředky, které by dokázaly měřit délku kolony. Tyto stavové veličiny tedy nelze opravovat na základě jejich měření. Naproti tomu obsazenost je standardním výstupem detektoru, proto do výstupu zahrneme všechny obsazenosti na vstupních detektorech, které jsou na dané křižovatce používány. Prozatím předpokládáme, že vstupní detektor je na každém rameni námi modelované křižovatky. Dále budeme předpokládat, že na každém rameni je také instalován výstupní detektor, takže je možné kontrolovat podle naměřené intenzity množství vyjíždějících vozidel. Všechny takovéto výstupy budeme opět zahrnovat do výstupu. Modelovaný výstup tedy je

$$y_t = [y_{1;t}; y_{2;t}; y_{3;t}; y_{4;t}; O_{1;t}; O_{2;t}; O_{3;t}; O_{4;t}]', \quad (14)$$

kde

- $y_{i;t}$  je měřený výstup z ramene  $i$ ;
- $O_{i;t}$  obsazenost na vstupním detektoru ramene  $i$ ;
- $t$  časový okamžik (vzorkování).

Nejdříve tedy musíme vyjádřit celkový vstup z křižovatky do ramene č.2, tj. musíme spočítat celkový průjezd křižovatkou ze všech ramen, který směřuje do tohoto ramene. K tomuto výpočtu použijeme znalosti směrových koeficientů. Víme, že

$$\sum_j \alpha_{ij} = 1, \quad \alpha_{ii} = 0, \quad \forall i = 1, 2, 3, 4. \quad (15)$$



Výstup z ramene  $i, i = 1, 2, 3, 4$ , je dán průřezem z ostatních ramen do tohoto, tedy

$$y_{i;t} = \sum_{j \neq 2} \alpha_{ji} [(1 - \delta_{j;t})(\xi_{j;t} + I_{j;t}z_{j;t}) + \delta_{j;t}S_j z_{j;t}] \quad (16)$$

Tyto rovnice a současně rovnice identity  $O_{i;t} = O_{i;t}, i = 1, 2, 3, 4$ , pak utvářejí konečnou výstupní rovnici

$$y_t = C_t x_t + D_t z_t + \epsilon_t, \quad (17)$$

kde

$$C_t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \alpha_{21}(1 - \delta_{2;t}) & 0 & \alpha_{31}(1 - \delta_{3;t}) & 0 & \alpha_{41}(1 - \delta_{4;t}) & 0 \\ \alpha_{12}(1 - \delta_{1;t}) & 0 & 0 & 0 & \alpha_{32}(1 - \delta_{3;t}) & 0 & \alpha_{42}(1 - \delta_{4;t}) & 0 \\ \alpha_{13}(1 - \delta_{1;t}) & 0 & \alpha_{23}(1 - \delta_{2;t}) & 0 & 0 & 0 & \alpha_{43}(1 - \delta_{4;t}) & 0 \\ \alpha_{14}(1 - \delta_{1;t}) & 0 & \alpha_{24}(1 - \delta_{2;t}) & 0 & \alpha_{34}(1 - \delta_{3;t}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$D_t = \begin{bmatrix} d(1) & 0 & d(3) & d(4) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad d(j) = \alpha_{j2} [(1 - \delta_{j;t})I_{j;t} + \delta_{j;t}S_j];$$

$\epsilon_t$  je šum měření.

## 4 Odhad stavu modelu křížovanky

Získali jsme tedy model pro výstupní tok a máme k dispozici jak stavovou, tak výstupní rovnici v maticovém zápisu, kde uvažované matice nejsou konstantní v čase. Některé z modelovaných veličin můžeme průběžně měřit, čehož využijeme pro upřesnění odhadovaných hodnot. Na výše uvedené veličiny můžeme pohlížet jako na náhodné veličiny a mluvíme-li o odhadech jejich hodnot v určitém časovém okamžiku, pak tím myslíme bodové odhady těchto náhodných veličin ve smyslu matematické statistiky, s využitím podmíněných pravděpodobností těchto náhodných veličin.

Při uplatnění bayesovského přístupu můžeme daný problém odhadu převést na algebraickou rekurzi, která už operuje pouze s podmíněnými středními hodnotami a kovariancemi. Tento postup je obecně znám jako Kalmanův filtr. V našem případě má pro nás jeho použití význam takový, že umožňuje hodnoty, které odhadujeme podle námi předpokládaných platných vazeb mezi jednotlivými veličinami, resp. stavu, průběžně upřesňovat podle měřených hodnot na vstupních a výstupních detektorech.

V našem konkrétním případě modelu kolon na ramenech křížovanky uvažujeme následující stavový model:

$$\begin{aligned} x_{t+1} &= Ax_t + Bz_t + F + e_t \\ y_t &= Cx_t + Dz_t + \epsilon_t, \end{aligned} \quad (18)$$

kde

$e_t, \epsilon_t$  jsou šumy.

Pak podle [6] platí následující algebraická rekurze:

$$\begin{aligned}
\hat{y}_{t|t-1} &= C\hat{x}_{t|t-1} + Dz_t \\
\hat{R}_{y_{t|t-1}} &= R_\epsilon + CS_{t|t-1}C^T \\
S_{t|t} &= S_{t|t-1} - S_{t|t-1}C^T\hat{R}_{y_{t|t-1}}^{-1}CS_{t|t-1} \\
\hat{x}_{t|t} &= \hat{x}_{t|t-1} + S_{t|t}C^TR_\epsilon^{-1}(y_t - \hat{y}_{t|t-1}) \\
\hat{x}_{t+1|t} &= A\hat{x}_{t|t} + Bz_t \\
S_{t+1|t} &= R_e + AS_{t|t}A^T,
\end{aligned} \tag{19}$$

kde

$R_e, R_\epsilon, S$  jsou kovarianční matice.

Tímto způsobem lze průběžně opravovat odhady stavů podle aktuálních měření určitých veličin (dopravních charakteristik). Jak již bylo řečeno, pro nás to jsou především všechna dostupná měření obsazeností na vstupních detektorech a případně intenzit na výstupních detektorech.

## 5 Experimenty

Výše zavedený stavový model pro čtyřramennou křižovatku jsme použili pro následující experimenty, odhady stavu pak byly opravovány pomocí Kalmanova filtru. Pro modelovanou křižovatku předpokládáme, že na každém jejím rameni je nejen vstupní, ale také výstupní detektor, který nám poskytuje v daných periodách měření aktuální hodnoty intenzit a na vstupech také hodnoty obsazeností. Pro každé rameno uvažujeme pouze jeden jízdní pruh jak na vjezdu, tak na výjezdu. Dále předpokládáme znalost základních parametrů křižovatky - saturovaných toků jednotlivých ramen a koeficientů odbočení, známe tedy odpovídající dopravní řešení pro danou křižovatku.

V této první fázi naší práce, kdy se pouze snažíme sestavit vhodný matematický model popisující dopravní mikrooblast v rozsahu jedné křižovatky, se omezíme na jednoduché, pevné řízení, a to po celou dobu experimentu. Znamená to, že uvažujeme konstantní počet fází a konstantní relativní zelené během celého dne. Jelikož uvažujeme velmi silné dopravní toky v přímých směrech, ale především pro levé i pravé odbočení, námi uvažovaný signální plán je složen ze dvou fází a dvou mezifází. Hodnoty daných parametrů jsme volili experimentálně tak, aby ke tvorbě kolon docházelo prakticky po celý den.

### 5.1 Data

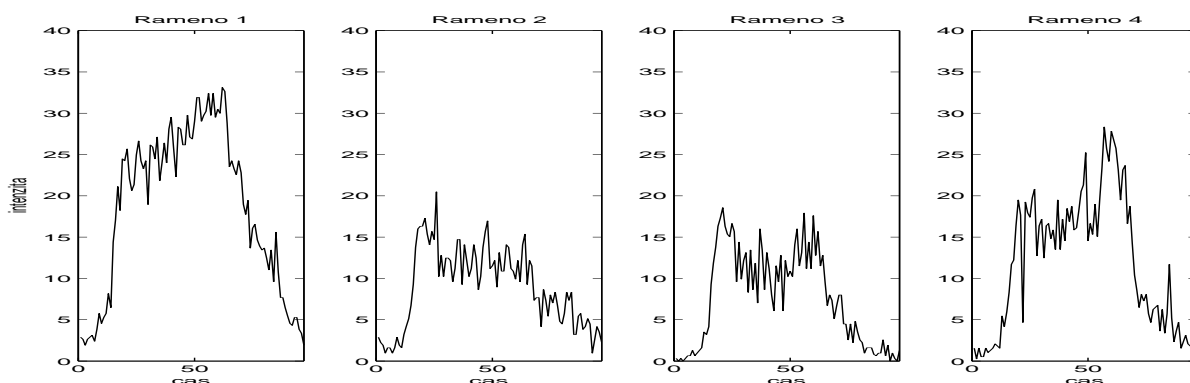
Pro zachování dopravní podstaty úlohy jsme použili reálný datový vzorek, získaný měřeními v jedné pražské oblasti v tomto roce. Toto měření nebylo ovšem zaměřeno na náš experiment, ale týkalo se rutinního záznamu dat z řadičů v křižovatce. Navíc v dané době v této oblasti probíhala určitá dopravní opatření regulativního charakteru, která daná data zkreslovala oproti jejich obvyklým průběhům. Z těchto důvodů jsme měli k dispozici pouze hodnoty vstupních intenzit a obsazeností

na detektorech. Část datového vzorku intenzit v rozsahu jednoho pracovního dne (při periodě 15 minut představuje 96 měření) jsme proto použili pro simulaci uvažovaného systému, který popisuje časový vývoj kolon na sledované křižovatce. Simulace délek kolon byla prováděna prostým načítáním přírůstků kolon, resp. vjezdových intenzit, a odčítáním předpokládaných výjezdů na základě okamžitého stavu (existence) kolon na všech ramenech. Pro takto simulované délky kolon, které se opírají o reálný časový průběh intenzit, jsme dosáhli takového časového vývoje, který alespoň z větší části odpovídá reálnému průběhu.

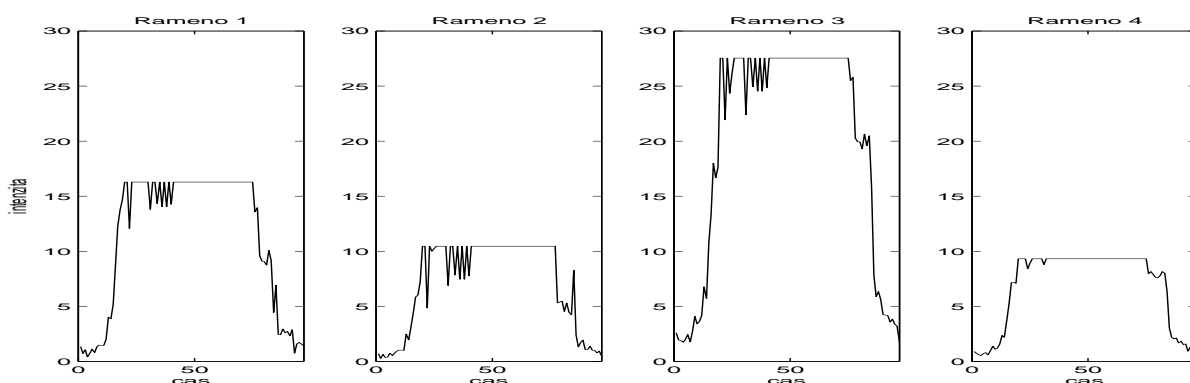
Vzhledem k tomu, že datový vzorek nebyl z našeho hlediska příliš kvalitní, rozhodli jsme se simulovat také hodnoty obsazeností, a to na základě simulované délky kolon a jejich vzájemné, námi předpokládané lineární závislosti. Dále jsme museli dopočítávat intenzity na výjezdu jednotlivých ramen, protože jsme neměli k dispozici záznamy z výstupních detektorů.

## 5.2 Modelované veličiny

Data, která po simulaci máme k dispozici, jsou *vstupní intenzity* (reálně měřené) dopravních proudů a *obsazenosti* (simulované dle vztahu (2)) na všech čtyřech ramenech, resp. vjezdech modelované křižovatky a *výstupní intenzity* na výjezdech křižovatky. Všechny tyto dopravní charakteristiky použijeme pro modelování délek kolon na všech ramenech a k jejich průběžnému odhadování dle (12), (17) a (19). Použité vstupní a výstupní intenzity jsou graficky znázorněny na obr. 3 a 4.



Obr. 3: Vjezdové intenzity do křižovatky



Obr. 4: Výjezdové intenzity z křižovatky

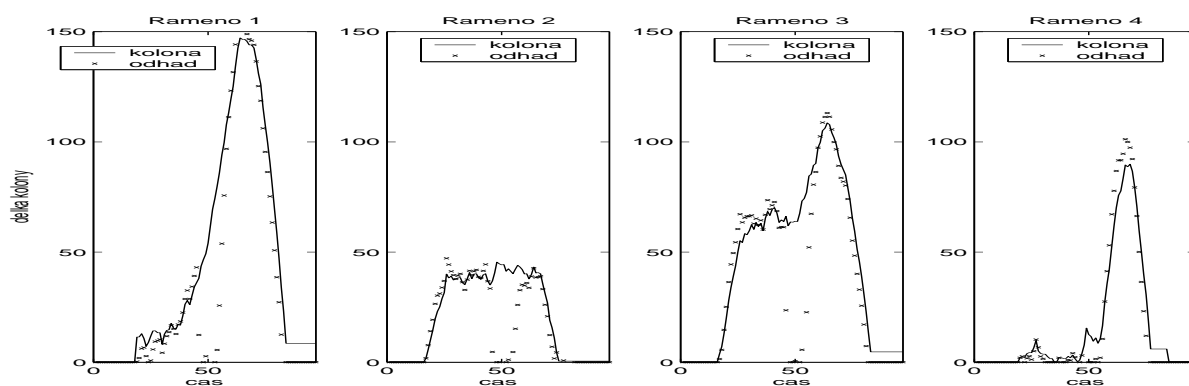
Máme-li k dispozici všechna potřebná měřená data bez větších poruch a parametry, jejichž hodnota je blízká hodnotám skutečným, resp. simulovaným, pak je modelem prováděn prakticky pouze deterministický přepočítání podle vstupních hodnot a odhady jednotlivých kolon se shodují se simulovanými

hodnotami (odchyly jsou zanedbatelné). Tento případ dokazuje, že zvolený model byl navržen správně a splňuje naše očekávání z hlediska kvality popisu dopravní situace (stavu) křižovatky.

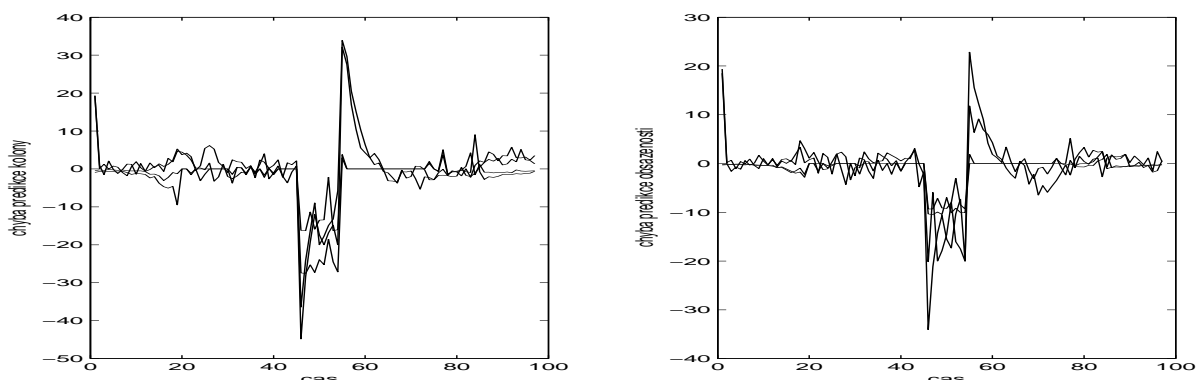
Zaměřili jsme se proto na testování účinnosti odhadovacího algoritmu (Kalmanova filtru), které by mohlo alespoň částečně potvrdit možnost použití navrženého modelu v běžné praxi. Pro tyto účely jsme simulovali několik typů poruch, které mohou v dané situaci reálně nastat - výpadek dat, chybně určené parametry modelu a porušení předpokládaných lineárních vazeb.

### 5.3 Experiment 1 - Porucha měřených dat

Výpadky detektorů jsou při reálném provozu naprosto běžnou záležitostí, se kterou se lze setkat prakticky denně. Jejich příčiny bývají různé a zpravidla se jedná pouze o krátkodobé výpadky v rozsahu několika minut. V našem prvním experimentu jsme simulovali poruchu na všech vstupních detektorech, a to po poměrně dlouhou dobu 11 period, tj. téměř 3 hodiny. Mezi 50. a 61. časovým okamžikem nebyla k dispozici žádná data ze vstupních detektorů, model byl mylně informován o jejich nulových hodnotách. Na obr. 5 je dobře patrný prudký pokles v hodnotách délek kolon, v průběhu tohoto výpadku. Jakmile však byly detektory opět plně funkční, algoritmus se okamžitě snaží chybný odhad korigovat a velmi brzy opět dochází ke shodě se simulovanými daty. Tento proces je velmi dobře patrný z průběhu chyb predikce výstupu modelu, podle kterých dochází k opravám modelovaných stavů (délek kolon a obsazeností) na základě měření výstupních intenzit (viz obr. 6). Závěrem je nutné podotknout, že takto dlouhý výpadek současně na všech detektorech není příliš reálný a vzhledem k dosaženému výsledku se domníváme, že s běžnými, menšími poruchami se bude algoritmus vyrovnávat lépe a především rychleji.



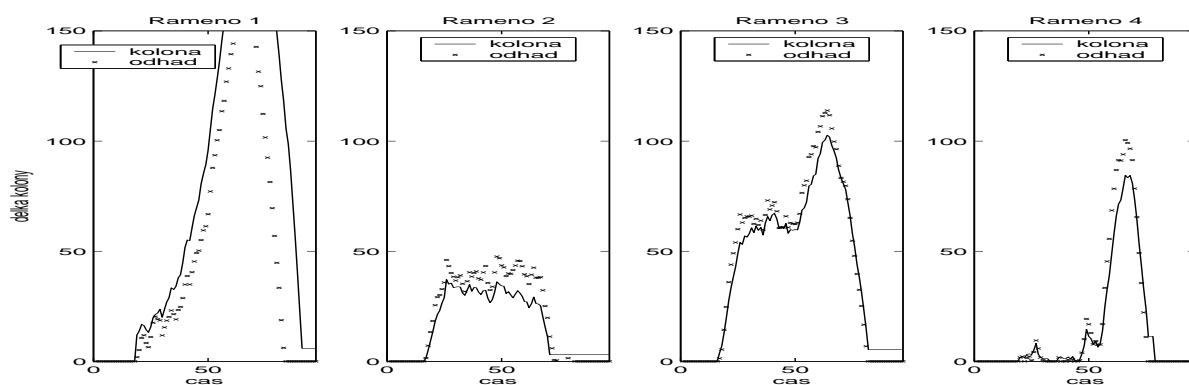
Obr. 5: Experiment 1: Délky kolon a jejich odhady



Obr. 6: Experiment 1: Chyby předpovědí výstupu modelu

## 5.4 Experiment 2 - Chybný parametr modelu

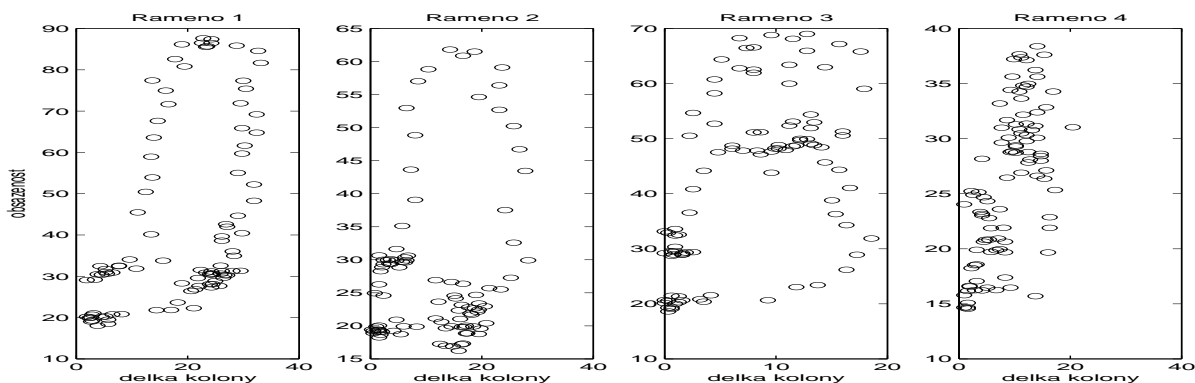
Vzhledem ke zvolenému postupu se nejzávažnější chybou jeví špatné stanovení velikosti saturovaného toku. Model je pak trvale zatížen chybou výpočtu integračního charakteru. Saturovaný tok je pevně spjat se stavební úpravou křižovatky, v praxi proto těžko můžeme předpokládat, že by se křižovatka změnila ze stavebního hlediska (např. poloměr odbočení, sklon vozovky, počet řadících pruhů, atd.), aniž by došlo k novému dopravnímu řešení, tj. stanovení nových hodnot saturovaných toků. Může se však stát, že z nějakého důvodu může po určité omezenou dobu docházet ke změně těchto hodnot, např. v důsledku nehody, stavebních prací, kdy jsou vozidla projíždějí křižovatkou pomaleji nebo naopak rychleji. V našem experimentu je zachována struktura signálního plánu a odchylky saturovaných toků se pohybují v rozmezí do 10%. Jak je z obr. 7 patrné, došlo k viditelnému zhoršení kvality odhadu délek kolon, odchylky jsou však přijatelné, navíc k takovéto poruše by nemělo docházet trvale.



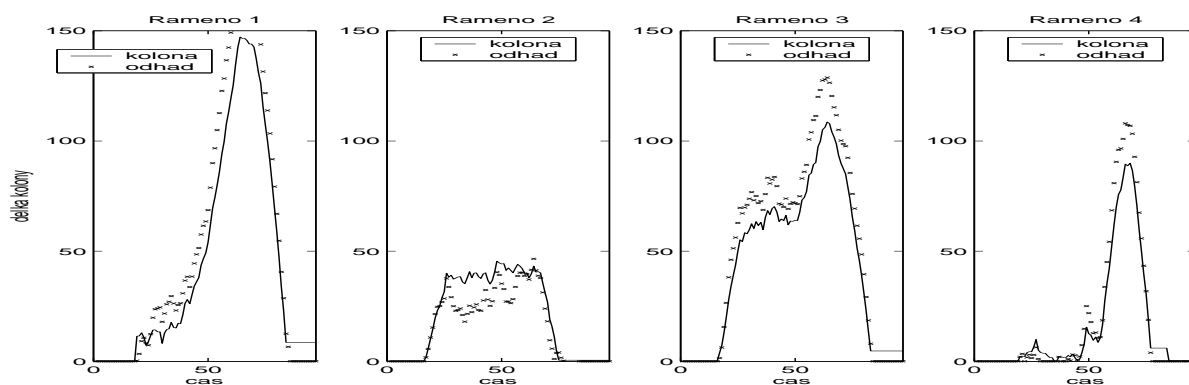
Obr. 7: Experiment 2: Délky kolon a jejich odhady

## 5.5 Experiment 3 - Narušení lineární vazby

Posledním, velmi důležitým experimentem bylo testování narušení čistě lineární závislosti obsazenosti na délce kolon. Při vytváření modelu jsme se opírali o tvrzení, že tato vazba je skutečně lineární, a to především v oblasti hodnot dopravních charakteristik blízkých se k bodu saturace, která je pro nás z hlediska řízení nejzajímavější. V praxi může být čistě lineární vazba porušena z mnoha důvodů (špatný datový vzorek, jiné vlivy dopravního charakteru). V modelu jsme proto tento předpoklad zachovali, avšak obsazenost byla simulována odlišně. Byla počítána stejně jako v předchozích případech, tj. podle vztahu (2), avšak k jejím hodnotám byly přidávány náhodně generované hodnoty (náhodná procházka). Z obr. 8 je vidět, že tato lineární závislost byla narušena dosti silně. Odhady kolon (viz obr. 9) jsou přesto poměrně dobré a uspokojivé. Je tedy vidět, že s takovouto poruchou se odhadovací model dokáže dobře vyrovnat a lze je použít i pro oblast dat, kdy vazba mezi obsazeností a délkou kolony není lineární.



Obr. 8: Experiment 3: Závislost obsazenosti na délce kolon



Obr. 9: Experiment 3: Délky kolon a jejich odhady

## 6 Závěr

V této práci byl předložen model dopravní mikrooblasti, který na základě využití všech dostupných dopravních měření dokáže odhadovat délky kolon na jednotlivých ramenech sledované křižovatky. Jak se ukázalo, model je pozorovatelný a velmi dobře popisuje danou situaci. Několik dalších experimentů prokázalo, že velmi dobře koriguje různé typy poruch. Vzhledem k tomu, že všechny simulované poruchy byly značně silné, lze se domnívat, že s reálnými poruchami, které jsou mnohem menší, se bude navržený algoritmus vyrovnávat velmi dobře.

Naším dalším cílem je optimalizovat nastavení dob všech příslušných světelných signálů tak, aby vážený součet délek kolon na jednotlivých ramenech byl vzhledem k aktuální dopravní situaci minimální. Tato minimalizace vede ke zkrácení ztrátových dob při průjezdu danou oblastí a k celkovému vylepšení dopravní situace. V praxi však doposud není možné tyto délky kolon běžně měřit. Budeme-li se však moci opřít o jejich dobré odhady, lze dosáhnout kvalitního a efektivního řízení.

## Reference

- [1] P. Příbyl a R. Mach. *Řídicí systémy silniční dopravy*. Vydavatelství ČVUT Praha, 2003.
- [2] P. Příbyl a M. Svítek. *Inteligentní dopravní systémy*. BEN - technická literatura, Praha, 2001.
- [3] Ch. Diakaki, V. Dinopoulou, K. Aboudolas, and M. Papageorgiou. Deliverable 9: Final system development report, ist-2000-28090. In *Signal Management in Real Time for urban traffic NETWORKS*. Technical University of Crete, 2002.
- [4] P. Jirava a P. Slabý. *Pozemní komunikace 10 - Dopravní inženýrství*. Vydavatelství ČVUT Praha, 1997.
- [5] J. Kratochvílová and I. Nagy. Local traffic control of microregion. In *Multiple Participant Decision Making (J. Andrášek, M. Kárný, J. Kracík eds.)*, pages 161–171. Advanced Knowledge International, Adelaide, 2004.
- [6] V. Peterka. Bayesian approach to system identification. In *Trends and Progress in System Identification (P. Eykhoff ed.)*, pages 239–304. Pergamon Press, Oxford, 1981.